

Měření momentu setrvačnosti

Teorie

Moment setrvačnosti je fyzikální veličina, která popisuje míru setrvačnosti otáčejícího se tělesa. Její velikost závisí na rozložení hmoty v tělese a umístění osy otáčení.

Moment setrvačnosti soustavy lze určit jako součet momentů setrvačnosti jednotlivých segmentů podle vzorce

$$J = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots + m_n r_n^2 = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2.$$

V případě spojitého rozložení hmoty a homogenity tělesa ($\rho = \text{konst.}$) lze použít vztah

$$J = \rho \int_V r^2 dV.$$

Moment setrvačnosti tělesa vzhledem k jiné než geometrické ose otáčení (osa neprochází těžištěm) lze určit pomocí Steinerovy věty jako součet momentu setrvačnosti vzhledem k rovnoběžné ose procházející těžištěm a součinu celkové hmotnosti a čtverce vzdálenosti od těžiště, tzn.

$$J = J_0 + m r_T^2.$$

Pro výpočet momentu setrvačnosti lze též, podobně jako u Newtonovo zákonu síly, použít vztah obsahující točivý moment M , který působí na tuhé těleso s momentem setrvačnosti J tak, že se těleso otáčí s úhlovým zrychlením α

$$M = J \cdot \alpha.$$

Pokud je působení točivého momentu M konstantní v čase, můžeme spočítat úhel otočení φ v čase t od startu

$$\varphi = \frac{1}{2} \alpha t^2$$

a z tohoto vztahu poté vyjádřit úhlové zrychlení α :

$$\alpha = \frac{2\varphi}{t^2}.$$

Točivý moment M získáme vynásobením hmotnosti urychlovací hmoty m_M (urychlené gravitační konstantou $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$) působící ve vzdálenosti r_M od osy otáčení tělesa:

$$M = r_M m_M g$$

Úkol

Určete moment setrvačnosti různých těles pomocí urychlovací hmoty. Vytvořte graf momentu setrvačnosti jako funkce přidavného závaží a jako funkce vzdálenosti přidavných hmot od osy otáčení.

Bezpečnostní pokyny:

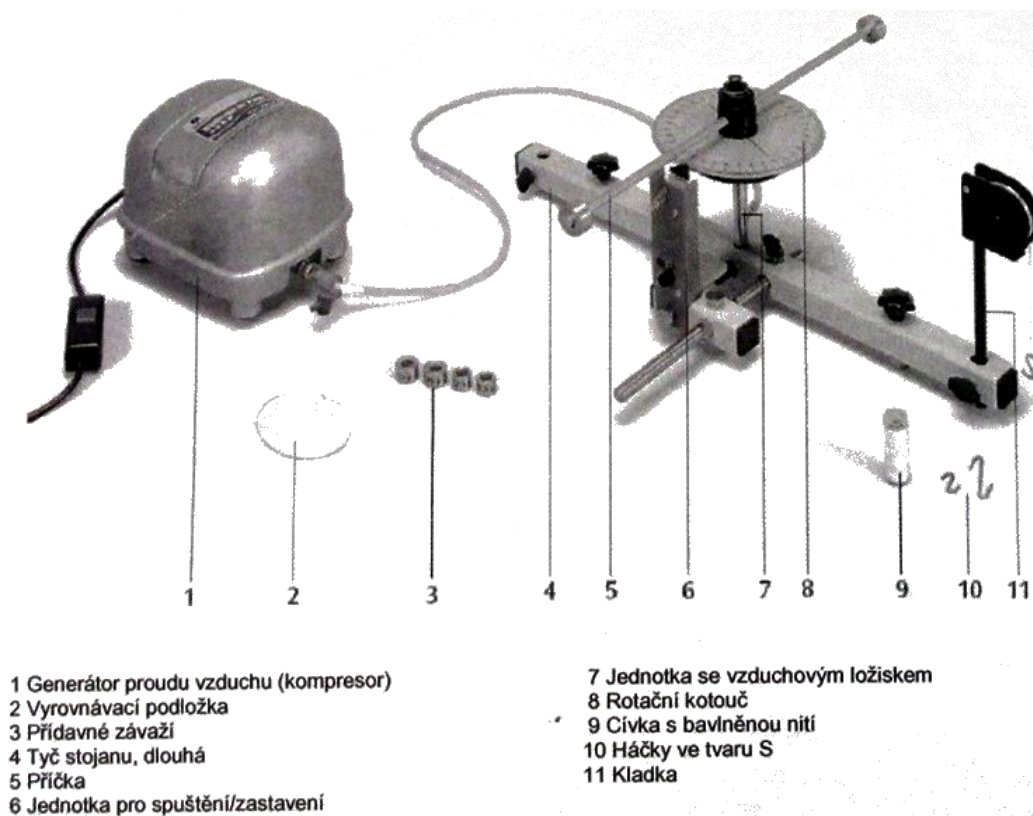
Chraňte rotační kotouč a vzduchové ložisko před mechanickým poškozením.

Chraňte systém před vniknutím nečistot, prachu a kapalin.

Nedívejte se do laserového paprsku.

Pomůcky:

sestava na měření momentu setrvačnosti (generátor vzduchového proudu, stojan, spouštěcí mechanismus, laserový senzor, disk, přidavné rameno), bavlněná nit, sada závaží (2·12,3 g, 2·24,5 g, 2·49,7 g)



Obrázek 1: Sestava na měření momentu setrvačnosti

Postup:

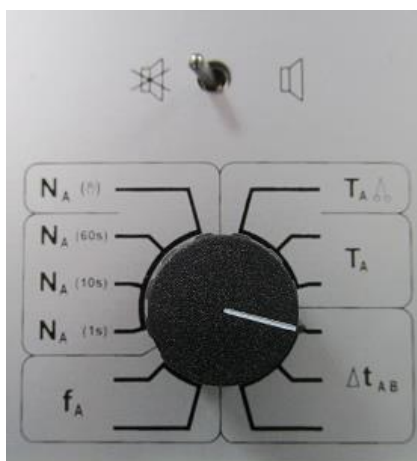
- 1) Zkontrolujte sestavu podle obrázku 1. Ujistěte se, že máte všechny díly. Dále zkontrolujte, že máte ke stojanu připojený laserový senzor.

- 2) Na čítači zkontrolujte zapojení podle obrázku 2 – jednotka pro spuštění musí být zapojena do vstupu IN START/COUNT a laserový senzor musí být zapojen do zdířky B.

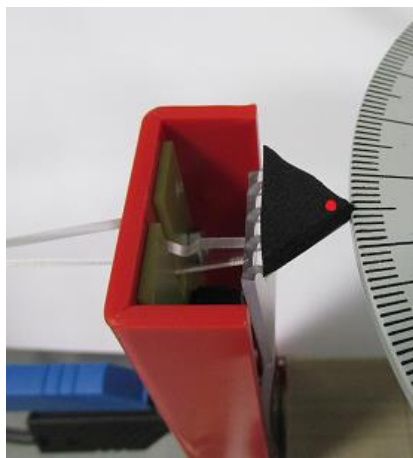


Obrázek 2: Zapojení čítače při měření

- 3) Zapněte elektrický proud – na čítači se zobrazí nuly – zvolte nastavení pro měření rozdílu časů AB s přesností na desetinu sekundy (obrázek 3), dále se rozsvítí laserový senzor – nastavte na něm měření na velkou vzdálenost a ujistěte se, že laserový paprsek ukazuje přesně na špičku černé pěnové části jednotky pro spuštění (obrázek 4, 5).



Obrázek 3: Nastavení čítače pro měření rozdílu časů AB

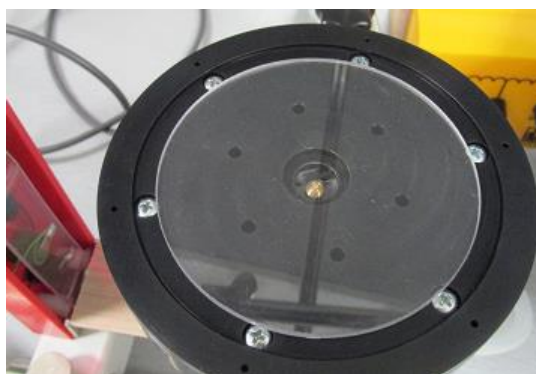


Obrázek 4: Pozice laserového paprsku při měření



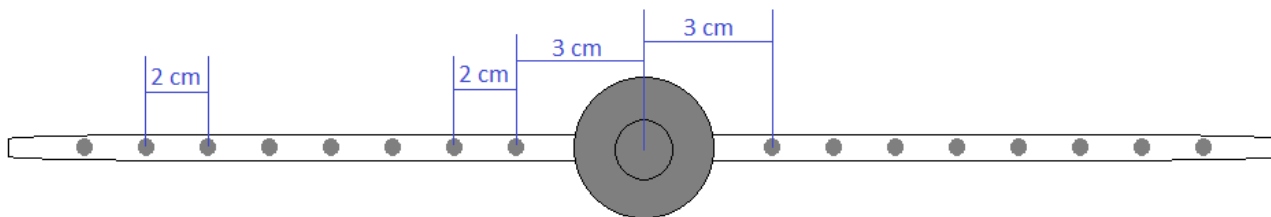
Obrázek 5: Nastavení laserového snímače

- 4) Na jednotku se vzduchovým ložiskem položte vyrovnávací podložku (průhledná kruhová plastová destička o poloměru cca 7 cm), generátor proudu vzduchu zapněte přepnutím vypínače do polohy I a vyrovnejte stojan tak, aby se vyrovnávací podložka co nejlépe vycentrovala (obrázek 6). Poté generátor vypněte.



Obrázek 6: Vycentrovaná vyrovnávací podložka

- 5) Sejměte vyrovnávací podložku a místo ní vložte rotační kotouč s příčkou a s připevněnou kladkou, na níž je navinuta bavlněná nit. Nit provlékněte kladkou na stojanu a na její konec upevněte urychlovací závaží o hmotnosti 2 g. Hmotnost ověřte a případnou jinou hodnotu запиšte. Urychlovací závaží nesmí viset nad deskou stolu. Ubezpečte se, že je závaží zavěšeno až za hranou stolu.
- 6) Nastavení vzdálenosti přidavných závaží: Na obrázku 7 jsou znázorněny vzdálenosti dírek na příčce, první dírky jsou od osy otáčení vzdálené 3 cm, poté je rozestup dírek vždy 2 cm.



Obrázek 7: Rozložení dírek na příčce

- 7) Nastavení přidavných závaží: Hmotnosti udané v tabulce 1 a 2 jsou pouze orientační, proto závaží převažte a vámi naměřenou hmotnost запиšte a použijte ve výpočtech.
- 8) Nastavení úhlu: Uvolněte jednotku pro spuštění, natočte kotouč o požadovaný úhel, a poté upevněte jednotkou pro spuštění (dále jednotka).
- 9) Nastavte dané parametry podle druhu měření. Parametry pro měření naleznete v tabulkách 1 a 2.
- 10) Při práci s jednotkou se automaticky spustil čítač. Ten zastavte (STOP) a vynulujte (RESET). Čítač budete nulovat před každým měřením.
- 11) Spusťte experiment uvolněním jednotky (zkontrolujte, zda se vám spustil čítač). Jakmile projede příčka se závažím pod laserovým senzorem, ukončí se čítání. Zapište výslednou časovou hodnotu do předpřipravené tabulky 3. Pro každé nastavení opakujte měření třikrát.
- 12) Vytvořte protokol popisující průběh vašeho měření, který bude obsahovat vámi naměřená data, výpočty a dva grafy (závislost na hmotnosti přidavného závaží, závislost na vzdálenosti přidavného závaží).
- 13) Na závěr shrňte výsledky svého snažení a diskutujte možné chyby měření.

Tabulka 1: Doporučené parametry pro měření první části úkolu

Moment setrvačnosti jako funkce přidavného závaží	
Úhel otáčení	$\varphi = 90^\circ$
Urychlovací hmota	$m_M = 2 \text{ g}$
Poloměr vícenásobné kladky	$r_M = 10 \text{ mm}$
Vzdálenost přidavných závaží	$r_J = 150 \text{ mm}$
Hmotnost přidavných závaží	$m_J = 0 \text{ g}, 12,5 \text{ g}, 25 \text{ g}, 50 \text{ g}$

Tabulka 2: Doporučené parametry pro měření druhé části úkolu

Moment setrvačnosti jako funkce vzdálenosti přidavného závaží od osy otáčení	
Úhel otáčení	$\varphi = 90^\circ$
Urychlovací hmota	$m_M = 2 \text{ g}$
Poloměr vícenásobné kladky	$r_M = 10 \text{ mm}$
Vzdálenost přidavných závaží	$r_J = 30 \text{ mm}, 50 \text{ mm}, 70 \text{ mm}, \dots, 150 \text{ mm}$
Hmotnost přidavných závaží	$m_J = 50 \text{ g}$

Tabulka 3: Tabulka pro záznam výsledků měření

První část měření				
Hmotnost přídavného závaží m_M (g)	Čas t_1 (ms)	Čas t_2 (ms)	Čas t_3 (ms)	Průměrný čas t (ms)
Druhá část měření				
Vzdálenost přídavného závaží od osy otáčení r_M (mm)	Čas t_1 (ms)	Čas t_2 (ms)	Čas t_3 (ms)	Průměrný čas t (ms)