

Měření modulu pružnosti v tahu z průhybu prutu

Teorie

Působí-li na tuhé těleso vnější síla, toto těleso se deformuje. Většina pevných látek se při odbourání deformujících sil vrací do původního tvaru, ovšem pouze, pokud deformující síly nedosáhly takzvané meze pružnosti. Poté je již deformace nevratná.

Poměr mezi napětím a jím vyvolanou deformací nazýváme modul pružnosti v tahu (také Youngův modul pružnosti). Platí tedy vztah

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon},$$

kde σ je napětí v tahu [Pa], ε je relativní deformace vypočtená jako podíl prodloužení délky a původní délky, E značí materiálovou konstantu Youngův modul pružnosti.

Youngův modul pružnosti (dále jen modul) lze měřit metodou protažení drátu a metodou průhybu prutu. Pokud používáme metodu protažení drátu, s výhodou využijeme první vztah pro modul. Toto měření je jednodušší, avšak méně přesné než měření druhou metodou. Při měření modulu z průhybu prutu dokážeme dosáhnout přesnosti 1 - 2 %.

Prohnutí prutu závisí přímo úměrně na působící síle G a délce prutu L , nepřímo úměrně na Youngově modulu pružnosti E a plošném momentu setrvačnosti průřezové plochy tyče J_P . Vztah vypadá takto:

$$y = \frac{GL^3}{48EJ_P},$$

Po úpravě vztahu dosazením $J_P = \frac{ch^3}{12}$ pro tyč obdélníkového průřezu vzhledem k ose jdoucí středem obdélníku rovnoběžně se šířkou získáme vztah

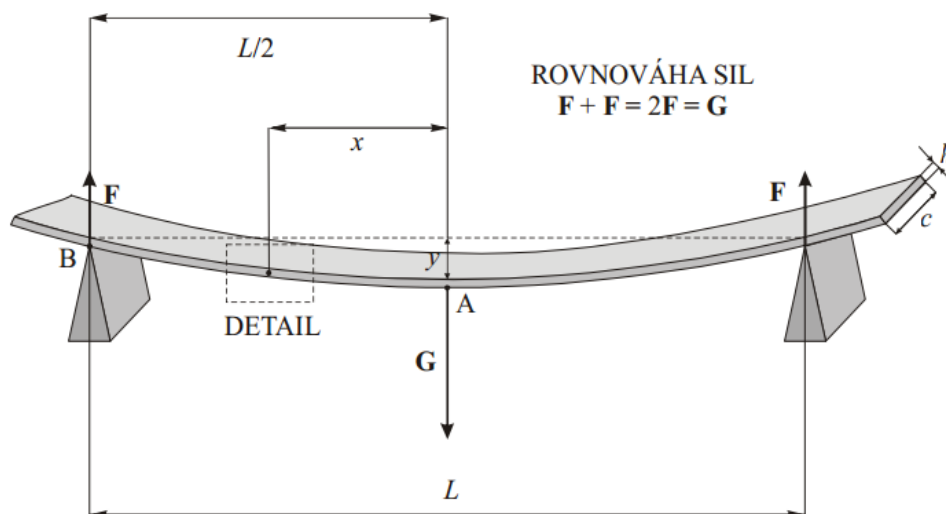
$$y = \frac{GL^3}{4Ech^3},$$

Odtud již vyjádřením Youngova modulu pružnosti a dosazením vztahu pro tíhovou sílu získáme vztah

$$E = \frac{L^3 gm}{4ch^3 y},$$

1

kde L je vzdálenost mezi břity, na kterých je položen prut, g je gravitační konstanta, m je hmotnost zatěžujícího závaží, c, h jsou rozměry prutu (viz obrázek X), y je hloubka průhybu prutu. (Základy fyzikálního měření, Brož)



Obrázek 1: Náčrt průhybu prutu (popis značení v textu) [VŠB-TU Ostrava]

Úkol

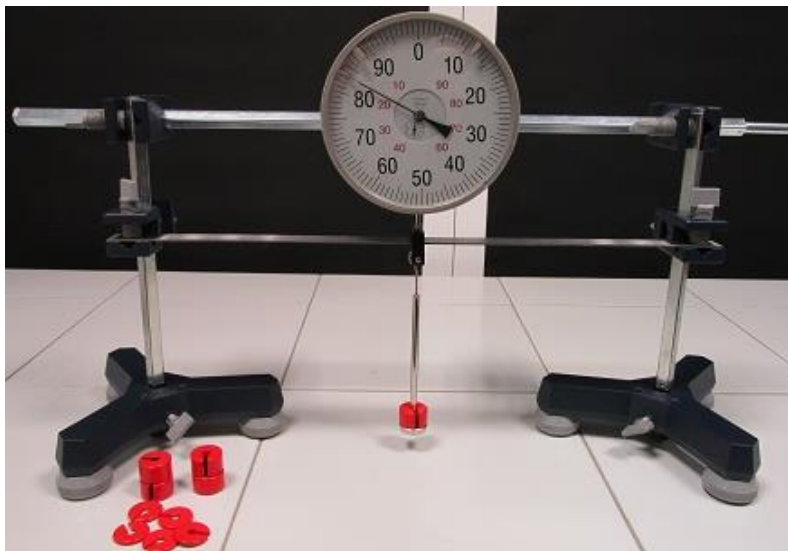
1. Určete Youngův modul pružnosti pro ocel.
2. Sestrojte graf závislosti prohnutí prutu na
 - a. velikosti síly
 - b. šířce prutu při konstantní síle
 - c. tloušťce prutu při konstantní síle

Bezpečnostní pokyny:

Úchylkoměr vyžaduje citlivé zacházení.

Pomůcky:

sestava na měření modulu pružnosti v tahu při průhybu prutu (stojany, úchylkoměr, břity pro uchycení závaží, držák na závaží, sada závaží), posuvné měřítko, vysouvací metr



Obrázek 2: Sestava na měření Youngova modulu pružnosti z průhybu prutu

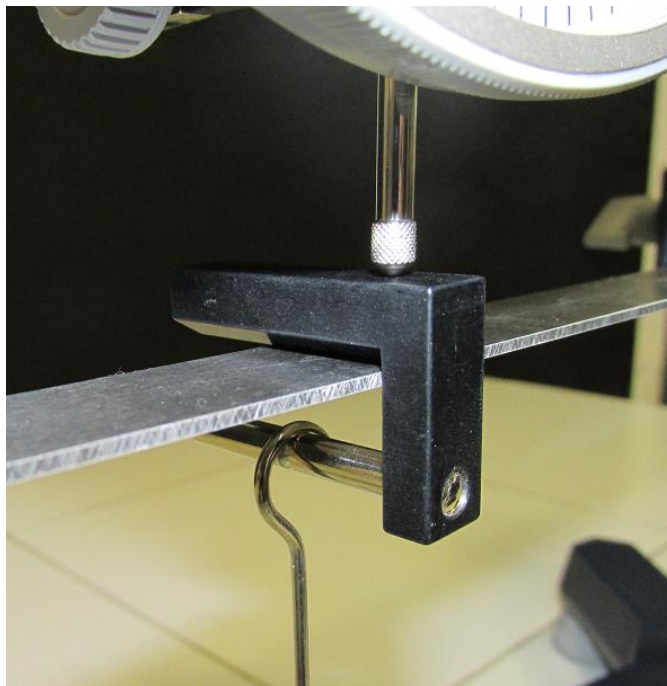
Postup:

- 1) Zkontrolujte sestavu podle obrázku 2. Ujistěte se, že máte všechny díly. Měřicí sestavu nebudete mít připravenou, a proto ji budete muset sestavit.
- 2) Nejprve přeměřte posuvným měřítkem šířku a tloušťku všech pěti prutů. Značení prutů záleží na vás. Vysouvacím metrem změřte vzdálenost mezi držáky na pruty. Data měřte třikrát pro každý rozměr a určete průměrnou hodnotu, vše zapište do tabulky 1.
- 3) Vložte měřený prut do držáků. Prut má z jedné strany označený střed (viz obrázek 3), umístěte prut na držáky značkou vzhůru, konce prutu umístěte na držáky tak, aby byl prut zarovnaný na střed. Dbejte na to, aby prut na držácích ležel volně a nebyl upnut pomocí šroubů. **Při umisťování prutu dejte pozor, abyste nenarazili do upevněného úchylkoměru.**



Obrázek 3: Označení středů na prutech

- 4) Na střed prutu umístěte břit pro uchycení závaží podle obrázku 4. Do drážky ve spodní části břitu umístěte držák na závaží. Na vrchní část břitu položte úchylkoměr, dbejte na jeho umístění ve středu břitu, tak, aby se břit nepřevážoval do strany.



Obrázek 4: Pozice břitu pro uchycení závaží na prutu, pozice úchylkoměru

- 5) Jakmile máte sestavu připravenou k měření, odečtěte základní hodnotu, kterou ukazuje úchylkoměr. Vnější ciferník ukazuje mikrometry a menší ciferník ukazuje milimetry.
- 6) Na držák na závaží postupně přidávejte 50g (poté i 10g) závaží, do tabulky 2 zapisujte data naměřená úchylkoměrem. Jakmile dosáhnete plného zatížení pro tento experiment (280 g), zapište hodnotu ukázanou úchylkoměrem i do druhého sloupce v tabulce 2. Poté závaží odebírejte tak, aby postupné hodnoty zatížení byly stejné jako při prvním měření, opět zapisujte údaje z úchylkoměru. (Nejdříve měříte při kladení závaží, poté „pozpátku“, tedy při odebírání závaží.)
- 7) Z vámi naměřených dat vypočítejte materiálovou konstantu Youngův modul pružnosti a sestrojte grafy podle zadání úkolu.
- 8) Vytvořte protokol popisující průběh vašeho měření, který bude obsahovat vámi naměřená data, výpočty a grafy.
- 9) Na závěr shrňte výsledky svého snažení a diskutujte možné chyby měření.

Tabulka 1: Tabulka pro zápis rozměrů prutů

Označení prutu	Šířka c (mm)		Tloušťka h (mm)		Délka mezi držáky l (mm)
1					
2					
3					

4						
5						

Tabulka 2: Tabulky pro zápis naměřených hodnot průhybu

Prut 1			
Hmotnost závaží m	Průhyb při přidávání y_1 (mm)	Průhyb při odebírání y_2 (mm)	Průměrný průhyb y (mm)
0 g			
50 g			
100 g			
150 g			
200 g			
250 g			
280 g			
Prut 2			
Hmotnost závaží m	Průhyb při přidávání y_1 (mm)	Průhyb při odebírání y_2 (mm)	Průměrný průhyb y (mm)
0 g			
50 g			
100 g			
150 g			
200 g			
250 g			
280 g			
Prut 3			
Hmotnost závaží m	Průhyb při přidávání y_1 (mm)	Průhyb při odebírání y_2 (mm)	Průměrný průhyb y (mm)
0 g			
50 g			

100 g			
150 g			
200 g			
250 g			
280 g			
Prut 4			
Hmotnost závaží m	Průhyb při přidávání y_1 (mm)	Průhyb při odebírání y_2 (mm)	Průměrný průhyb y (mm)
0 g			
50 g			
100 g			
150 g			
200 g			
250 g			
280 g			
Prut 5			
Hmotnost závaží	Průhyb při přidávání y_1 (mm)	Průhyb při odebírání y_2 (mm)	Průměrný průhyb y (mm)
0 g			
50 g			
100 g			
150 g			
200 g			
250 g			
280 g			