

Cvičení_I

Příklad 1.

Jsou zadány vektory: $\vec{a} = 3\sqrt{3}\vec{i} + 3\vec{j}$ a $\vec{b}$. Vektor $\vec{b}$ v rovině yz , svírá s kladnou poloosou y (vektorem $\vec{j}$) úhel $\beta = 60^\circ$ a s kladnou poloosou z (vektorem $\vec{k}$) úhel $\gamma = 30^\circ$. Velikost vektoru $\vec{b}$ je $|\vec{b}| = 4$.

Určete:

- a) vektor $\vec{b}$ ve složkách.
- b) úhel φ , který svírají oba vektory.
- c) vektor $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$

Příklad 2.

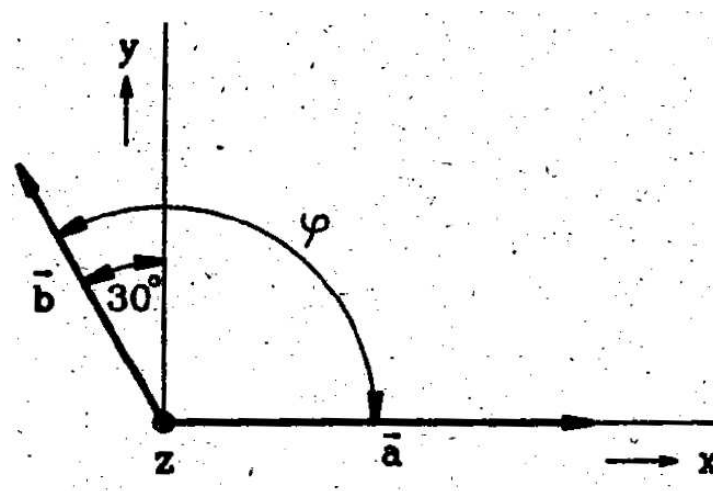
Jsou dány vektory: $\vec{a}$ a $\vec{b}$ (podle obrázku), které mají velikosti $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 3$.

Určete:

a) velikost vektoru $\vec{a} + \vec{b}$.

b) skalární součin $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

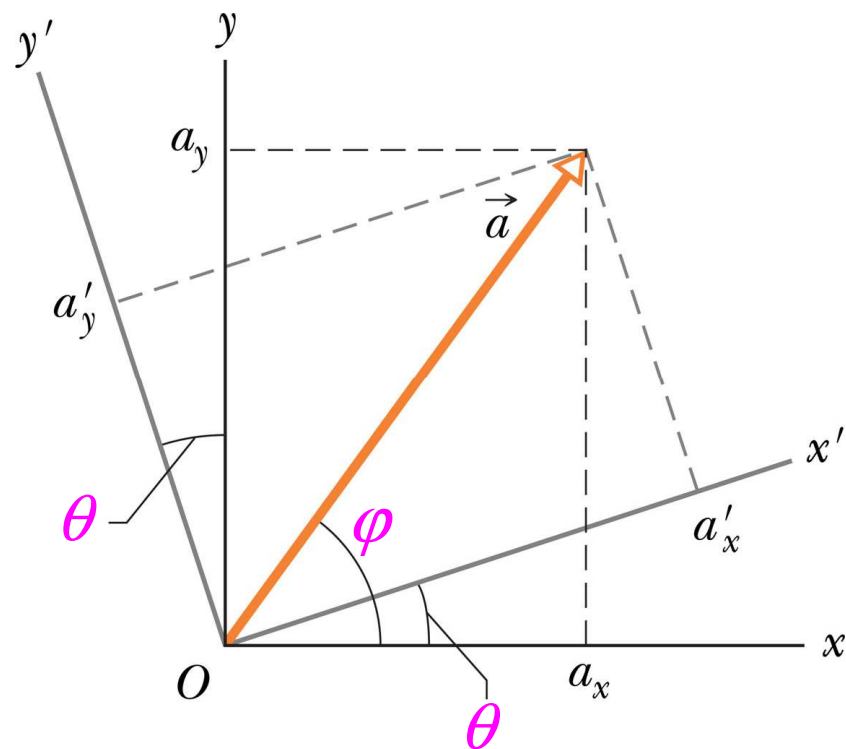
c) velikost a směr vektoru $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$



Příklad 3.

Transformace souřadnic (složek) vektoru.

- a) Najděte transformační vztah mezi složkami vektoru v obou soustavách.
- b) Velikost vektoru **a** je $17,0\text{ m}$ a vektor svírá s osou x nečárkované soustavy úhel $\varphi = 56,0^\circ$. Najděte složky vektoru **a** v nečárkované a čárkované souřadné soustavě, která je pootočená vůči nečárkované souřadné soustavě o úhel $\theta = 18^\circ$.

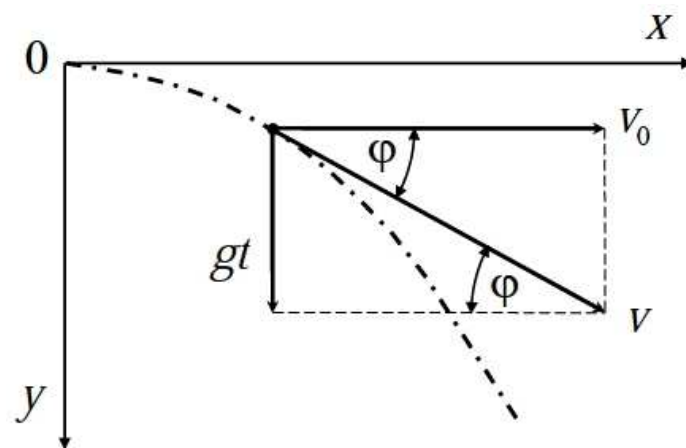


Tabulka vztahů užívaných pro výpočty pohybů těles s konstantním zrychlením.

Rovnice.	Neznámá veličina.
$v = v_0 + at$	$x - x_0$
$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	v
$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	t
$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$	a
$x - x_0 = vt - \frac{1}{2}at^2$	v_0

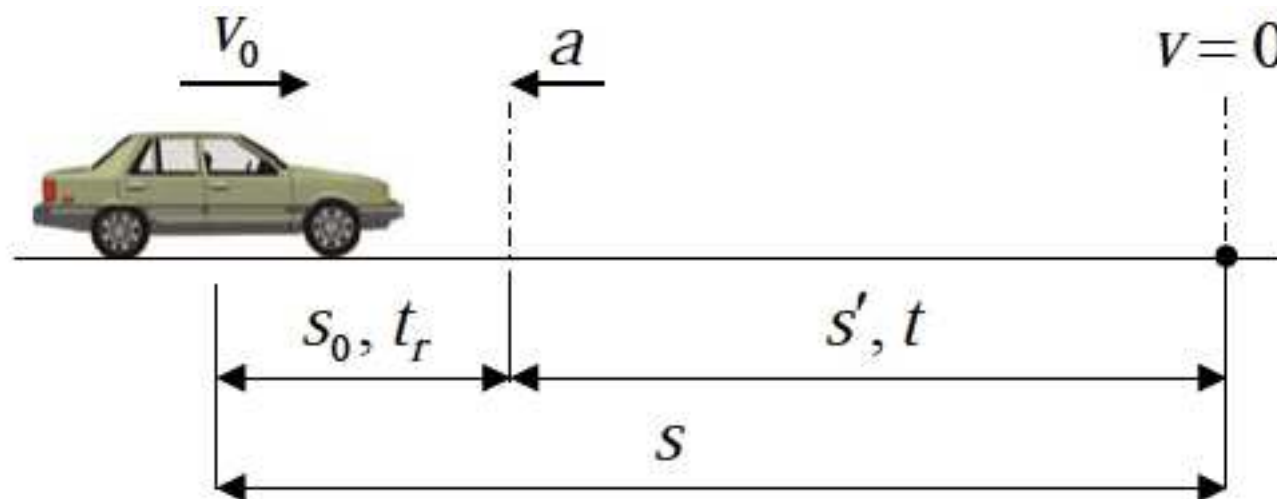
Příklad 4.

Z rozhledny o výšce $h = 30 \text{ m}$ byl vržen kámen ve vodorovném směru rychlostí $v_0 = 10 \text{ m/s}$. Určete, jakou trajektorii opisuje, jestliže zanedbáme odpor prostředí. Dále vypočtete velikost rychlosti v při dopadu na zem, úhel φ , který svírá vektor rychlosti s vodorovnou rovinou při dopadu, poloměr křivosti dráhy R v bodě dopadu a vodorovnou vzdálenost d místa dopadu od paty rozhledny.



Příklad 5.

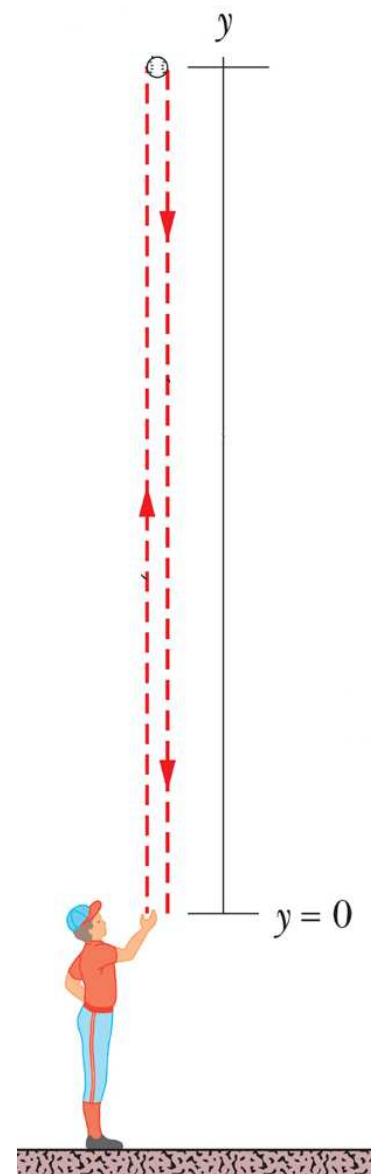
Určete velikost brzdné dráhy automobilu, který se pohybuje rychlostí resp. $v_{01} = 50 \text{ km/h}$ resp. $v_{02} = 90 \text{ km/h}$, jestliže předpokládáme, že reakční doba řidiče a prodleva brzdného účinku po sešlápnutí brzdového pedálu $t_r = 1 \text{ s}$ a automobil brzdí s konstantním zpomalením $a = 2,5 \text{ m/s}^2$.



Příklad 6.

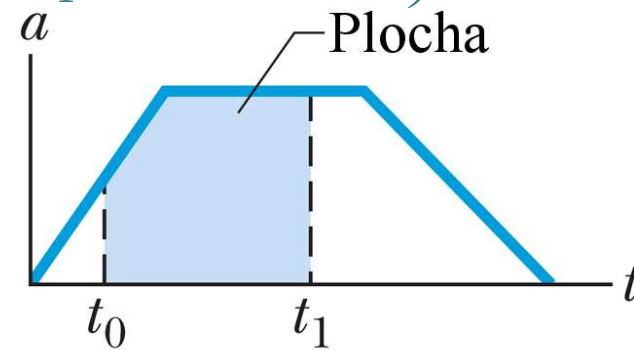
Hráč vyhodí kolmo vzhůru míč rychlostí 12 m/s .

- a) Kdy dosáhne míč maximální výšky?
- b) Jaké dosáhne maximální výšky?
- c) Za jak dlouho dosáhne míč výšky 5 m ?

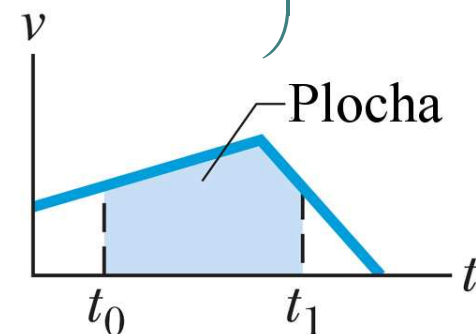


Grafická integrace v analýze pohybu.

$$v_1 - v_0 = \int_{t_0}^{t_1} a dt = \left(\begin{array}{l} \text{Plocha vymezená křivkou } a = a(t) \\ \text{a přímkami rovnoběžnými s osou } y \\ \text{procházející body } t_0 \text{ a } t_1. \end{array} \right)$$

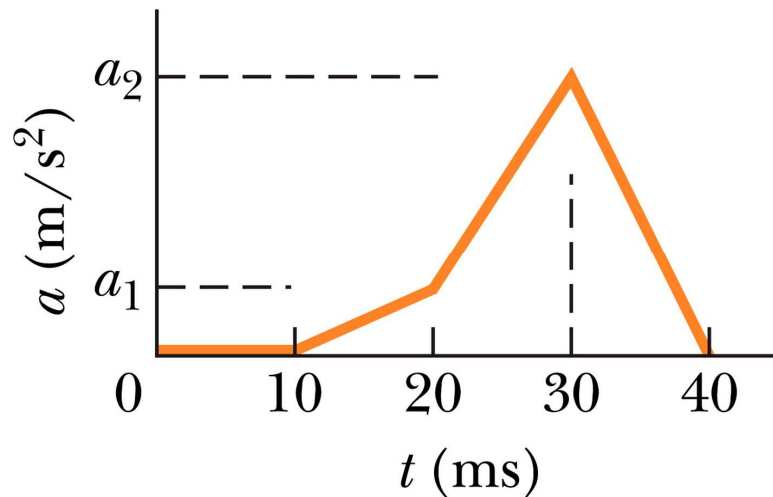


$$x_1 - x_0 = \int_{t_0}^{t_1} v dt = \left(\begin{array}{l} \text{Plocha vymezená křivkou } v = v(t) \text{ a} \\ \text{přímkami rovnoběžnými s osou } y \\ \text{procházející body } t_0 \text{ a } t_1. \end{array} \right)$$



Příklad 7.

Mlok druhu *Hydromantes* loví tak, že vystřelí svůj jazyk směrem ke kořisti, která se po zásahu na jazyk přilepí a následně mlok stáhne jazyk s kořistí zpět. Graf zachycuje průběh změn rychlosti v závislosti na čase mlokova jazyka během lovu. Zrychlení $a_1 = 100 \text{ ms}^{-2}$, $a_2 = 400 \text{ ms}^{-2}$. Výsledek: 5 m/s.



Hydromantes.

Příklad 8.

Při pohybu hmotného bodu se mění jeho polohový vektor $\mathbf{r}$ v čase t podle vztahu:

$$\vec{r} = 20t\vec{i} + (-5t^2 + 5t + 10)\vec{j}$$

Složky vektoru $\mathbf{r}$ jsou v metrech, čas t v sekundách.

- a) Určete vektor rychlosti $\mathbf{v}(t)$.
- b) Nakreslete závislost složky rychlosti v_y na čase t , určete o jaký druh pohybu se jedná.
- c) Určete vektor zrychlení $\mathbf{a}(t)$.

Příklad 9.

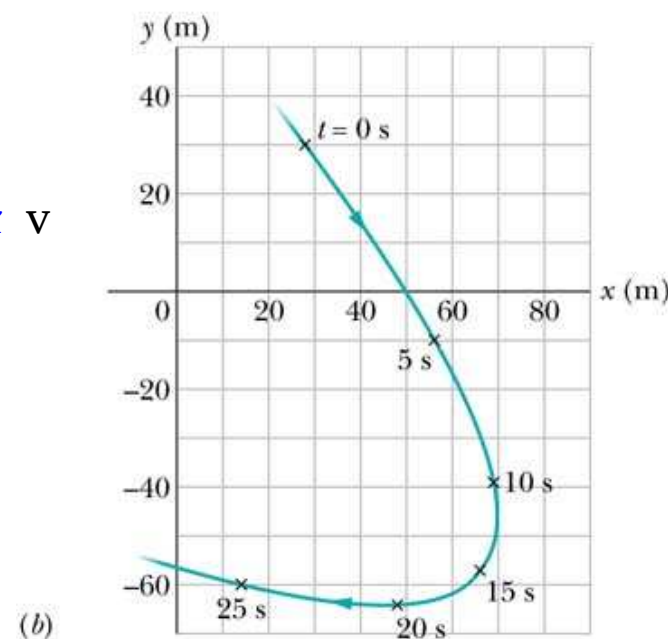
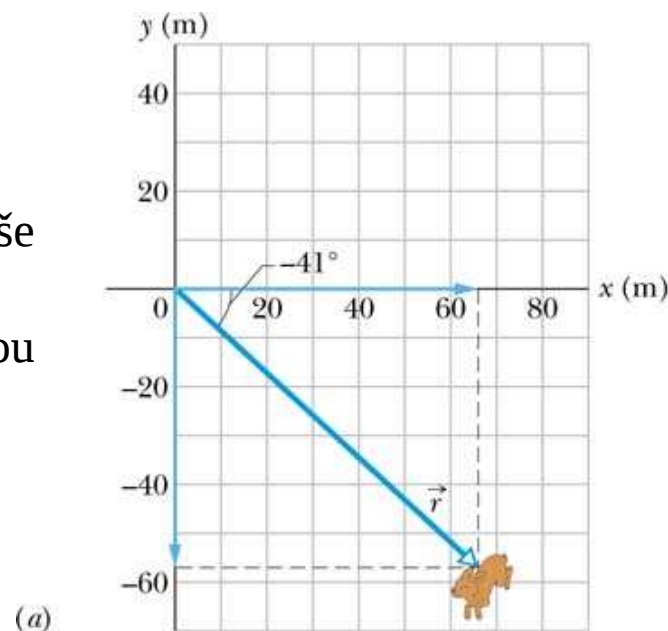
Králík běží přes parkoviště, pro jednoduchost je na ploše parkoviště nakreslen systém souřadnic.

Souřadnice králíkovy polohy jsou závislé na čase a jsou dány vztahy:

$$x = (-0,31)t^2 + 7,2t + 28$$

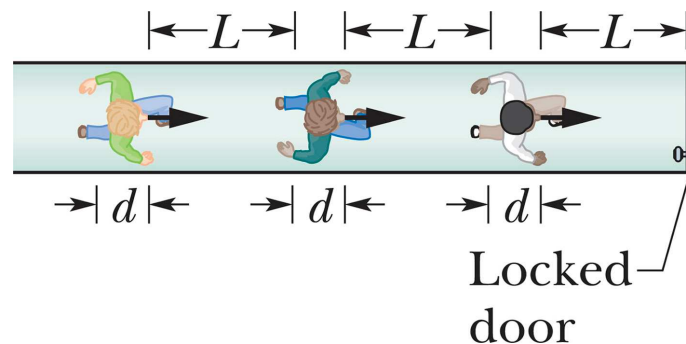
$$y = 0,22t^2 - 9,1t + 30$$

- Určete polohový vektor v čase $t = 15\text{s}$.
- Určete velikost polohového vektoru v čase $t = 15\text{s}$.
- Určete úhel svíraný polohovým vektorem s osou x v čase $t = 15\text{s}$.
- Určete rychlost králíka v čase $t = 15\text{s}$.
- Určete úhel vektoru rychlosti v čase $t = 15\text{s}$.
- Určete zrychlení králíka v čase $t = 15\text{s}$.
- Určete úhel vektoru zrychlení v čase $t = 15\text{s}$.



Příklad 10.

Proud lidí prchá z hořící budovy k únikovému východu, naneštěstí jsou dveře únikového východu zamčené 😞.

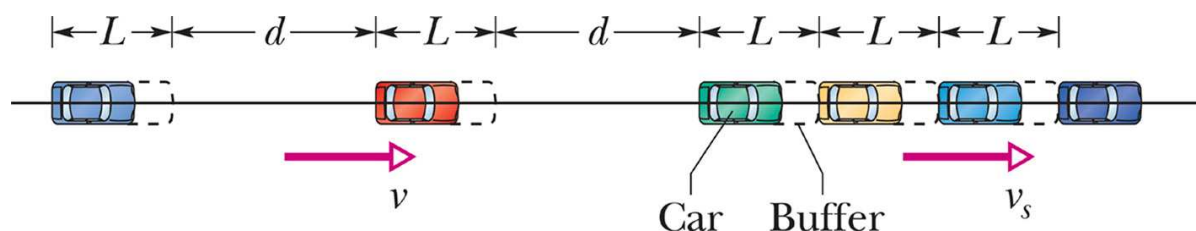


Rychlost pohybu prchajících $v_s = 3,5 \text{ m/s}$, tloušťka člověka $d = 0,25 \text{ m}$, vzdálenost mezi prchajícími je $L = 1,75 \text{ m}$.

- Jakou rychlostí bude narůstat vrstva lidí u zamčeného „východu“?
- Za jak dlouho se vytvoří před zavřenými dveřmi dav lidí v délce 5 m ?

Příklad 11.

Šoková dopravní vlna



Prudké zpomalení v hustém silničním provozu se šíří řadou aut jako pulz (šoková vlna) a to buď ve směru nebo proti směru pohybu řady aut nebo je stacionární. Rychle jedoucí rovnoměrně vzdálená auta pohybující se rychlostí $v = 25 \text{ ms}^{-1}$ se přibližují k řadě rovnoměrně vzdálených pomalu jedoucích aut, $v_s = 5,0 \text{ ms}^{-1}$. Každé rychle jedoucí auto přispěje po dojezdu k řadě pomale jedoucích aut délkou $L = 12,0 \text{ m}$ (délka auta + bezpečná nárazníková zóna), a po dojezdu k pomalým autům prudce sníží rychlost na úroveň s níž se řada aut pohybuje.

- Pro jakou vzdálenost d mezi rychle jedoucími auty zůstane vlna stacionární?
- Je-li vzdálenost mezi auty dvojnásobkem vzdálenosti vypočtené v bodě a) jaká bude rychlost šokové vlny?
- a) Jaký bude směr šíření šokové vlny?