



Potenciální energie, zákon zachování energie

Přednášející:

RNDr. František Adamec, CSc.

Ústav fyziky a biofyziky JČU v Českých Budějovicích

Na základě učebnic:

Halliday, Resnick

Fundamentals of Physics 8th Edition, Wiley 2005

Feynman, Leighton, Sands

Feynmanovy přednášky z fyziky

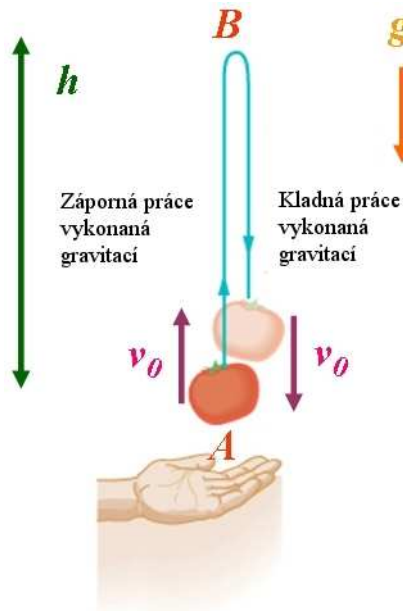
Fragment 2000



Důležitým úkolem fyziky je najít všechny typy energií a sil. Jedním ze základních energií je energie spojená s uspořádáním pozorovaného systému. Energii spojenou s uspořádáním systému označujeme jako **potenciální energii**. Na skokana na obrázku působí gravitační síla, tato síla je příčinou skokanova pohybu a zároveň vzrůstu jeho kinetické energie, která je vyšší čím je místo odrazu výš. Pohyb skokana (pád) a vzrůst kinetické jeho energie můžeme přisoudit existenci **gravitační potenciální energie**.

V momentě, kdy skokan začne napínat lano uvázané k nohám, jeho rychlost se zmenšuje, jeho kinetická energie se postupně přeměňuje v důsledku působení elastických sil působících v laně. Lano se prodlužuje a vzrůstá jeho potenciální energie pružnosti.

Práce a potenciální energie



1. Pokus se zeleninou ☺.

Vyhodíme rajče kolmo vzhůrus počáteční rychlostí v_0 ! {Rajče – Země} představují izolovaný mechanický systém: hmotné těleso-gravitační pole země. V tomto systému působí na rajče gravitační síla. Tato síla koná během stoupaní rajčete zápornou práci a odebírá rajčeti jeho počáteční kinetickou energii. V nejvyšším bodě dráhy (B) je rychlost rajčete nulová. Poté padá volným pádem, při průchodu místem A dosáhne jeho rychlost původní hodnoty v_0 .

Během pohybu z A do B vykoná gravitační síla F_g na tělese zápornou práci $W_1 = -mgh$, těleso je brzděno.

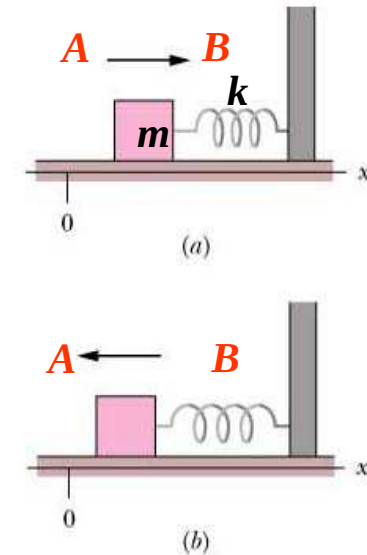
Kinetická energie tělesa v místě A je maximální, v místě B je nulová. Kinetická energie se během stoupaní v gravitačním poli země postupně mění v **gravitační potenciální energii U** .

Naopak při pohybu v opačném směru z B k A přechází **potenciální energie** postupně v **kinetickou energii** a gravitační síla F_g vykoná na tělese kladnou práci $W_2 = mgh$.

Změna potenciální energie ΔU je definován: $\Delta U = -W$

2. Pokus s pružinou

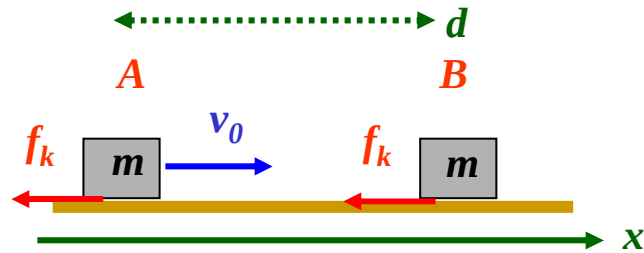
Těleso hmotnosti m připevněné k pružině s konstantou pružnosti k je opět izolovaný mechanický systém. Počáteční rychlost tělesa v místě A je v_0 . Pružina těleso postupně zpomaluje, až se těleso v místě B úplně zastaví, rozdíl vzdáleností $A-B$ odpovídá stlačení pružiny x . Po dosažení bodu B je těleso postupně urychlováno elastickou silou stlačené pružiny až v místě A je jeho rychlost opět v_0 .



Během pohybu hmotného tělesa ve směru $A \rightarrow B$ vykoná elastická síla F_s zápornou práci $W_1 = -kx^2/2$. Kinetická energie se postupně přeměňuje v potenciální energii pružnosti U . Naopak při pohybu ve směru $B \rightarrow A$ koná pružina kladnou práci $W_2 = kx^2/2$. Tedy nejprve je kinetická energie systému hmotné těleso-pružina transformována v potenciální energii (uloženou v pružině) U , následně pak je tato energie přeměněna v kinetickou energii. Změna potenciální energie U je opět dána:

$$\Delta U = -W$$

Konzervativní a nekonzervativní síly



Gravitační sílu a sílu pružnosti nazýváme silami **konzervativními**, neboť kinetickou energii lze beze ztrát přeměnit v potenciální energii a naopak. Konzervativní je míněno ve smyslu „zachování“, energie je prací pouze přeměněna v jinou formu energie a to beze ztrát.

Práce vykonaná třecí silou

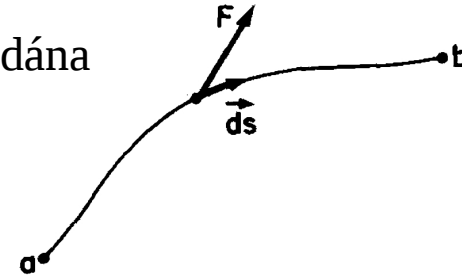
Uvažujme systém těleso tvaru kvádru o hmotnosti m a plochu na níž kvádr leží. Hmotný kvádr je na počátku v klidu v místě A . Koeficient tření mezi kvádrem a plochou je μ_k . V místě A udělíme kvádru počáteční rychlost v_0 , kvádr se pohybuje horizontálně podél povrchu z místa A do B . Během pohybu na kvádr působí třecí síla f_k , která kvádr postupně zpomaluje až se kvádr v bodě B , po překonání vzdálenosti d zastaví. Práce vykonaná třecí silou při zpomalování kvádru je $W_f = -\mu_k mgd$.

Kinetická energie kvádru se působením třecí síly f_k na dráze d transformovala v tepelnou energii. Tepelnou energii však už nemůžeme převést působením třecí síly zpět na kinetickou energii kvádru. Takovou sílu označujeme jako **nekonzervativní sílu**.

Výpočet práce vykonané silou po zakřivené dráze.

Práce síly působící po obecné dráze mezi místy a a b je dána vztahem:

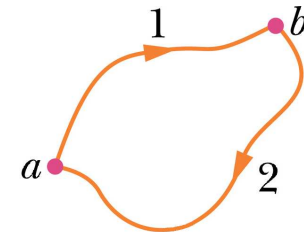
$$W_{ab} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{s}$$



Práce vykonaná konzervativní silou po obecné uzavřené dráze.

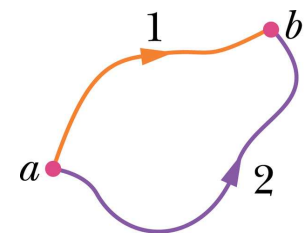
Jestliže je působící síla konzervativní, pak práce vykonaná takovou silou po uzavřené dráze je nulová:

$$W_{\text{net}} = W_{ab,1} + W_{ba,2} = 0 \rightarrow W_{ab,1} = -W_{ba,2}$$



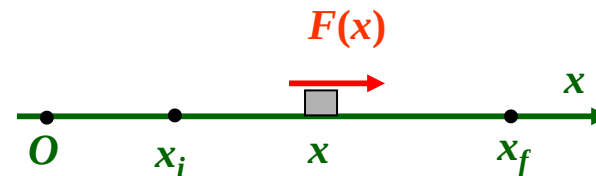
To znamená, že práce konzervativní síly **nezávisí na dráze** po níž síla působí. Práce síly $\mathbf{F}$ vykonaná po dráze 1, ($W_{ab,1}$) a po dráze 2 ($W_{ab,2}$), mezi body a a b je stejně velká :

$$W_{ab,1} = W_{ab,2}$$



Práce konzervativní síly a potenciální energie.

Konzervativní síla $\mathbf{F}$ působící na hmotné těleso na dráze mezi dvěma místy o souřadnicích x_i a x_f vykoná práci:



$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$$

Odpovídající změna potenciální energie ΔU je definována $\Delta U = -W$, tedy:

$$\Delta U = - \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$$

Gravitační potenciální energie.

Uvažujme hmotnou částici pohybující se vertikálně ve směru osy y z místa y_i do místa y_f . Na částici působí tíha, která konáním práce mění potenciální energii systému hmotná částice-Země. Změna potenciální energie je dána výpočtem:

Změna potenciální energie je dána rovnicí:

$$\Delta U = - \int_{y_i}^{y_f} F(x) dy$$

Velikost síly: $F = -mg$

Dosazení rovnice pro působící sílu a výpočtem integrálu dostaneme vztah:

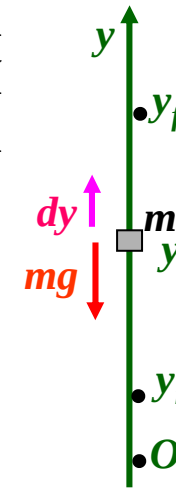
$$\Delta U = - \int_{y_i}^{y_f} (-mg) dy = mg \int_{y_i}^{y_f} dy = mg [y]_{y_i}^{y_f} \rightarrow \Delta U = mg (y_f - y_i) = mg \Delta y$$

Předěm k označení $y_f \rightarrow y$ neboť bod y_f lze zvolit na ose y libovolně, potom potenciální energie hmotné částice v bodě y je:

$$U(y) \rightarrow U(y) - U_i = mg (y - y_i)$$

Jelikož smysluplné jsou pouze změny potenciální energie můžeme y_i a tedy U_i volit libovolně. Obvykle klademe $y_i = 0$ a tedy i $U_i = 0$ což dává:

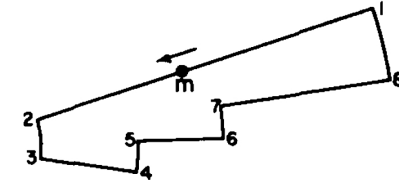
$$U(y) = mgy$$



Práce vykonaná gravitací po uzavřené dráze.

Dokažme tvrzení: Celková práce vykonaná gravitačními silami po uzavřené dráze je rovna nule.

Předpokládejme, že máme hmotný bod hmotnosti m , pohybující se po uzavřené dráze (obrázek) pod vlivem gravitační síly kterou na hmotný bod působí těleso o hmotnosti M . Spočtěme práci vykonanou v jednotlivých úsecích mezi body označenými čísly.



$$W_{12} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_1^2 -GMm \frac{dr}{r^2} = GMm \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \quad W_{34} = \int_3^4 GMm \left(\frac{1}{r_4} - \frac{1}{r_3} \right)$$

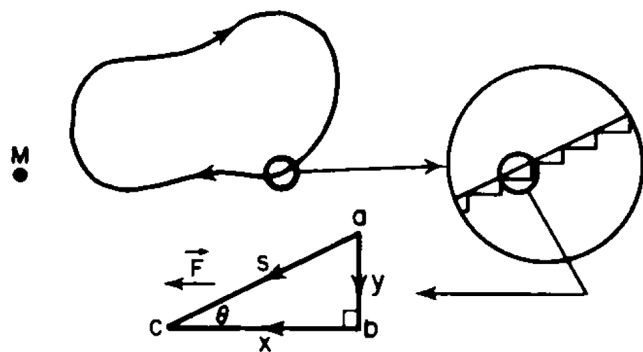
$$W_{56} = \int_5^6 GMm \left(\frac{1}{r_6} - \frac{1}{r_5} \right) \quad W_{78} = \int_7^8 GMm \left(\frac{1}{r_8} - \frac{1}{r_7} \right) \quad W_{23} = W_{45} = W_{67} = W_{81} = 0$$

Celková práce je součtem:

$$W = GMm \left(-\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} - \frac{1}{r_5} + \frac{1}{r_6} - \frac{1}{r_7} + \frac{1}{r_8} \right)$$

Jelikož platí: $r_2 = r_3, r_4 = r_5, r_6 = r_7, r_8 = r_1$ je výsledná práce $W = 0$.

Dráha použitá k důkazu předchozího tvrzení se může zdát volena tak, že výpočet „vyjde“, co se však stane, zvolíme-li za dráhu libovolnou křivku.



Libovolnou křivku můžeme aproximovat sledem „velmi malých pilových zubů“. Spočteme-li nyní práci vykonanou po dráze trojúhelníku abc , zjistíme, že je rovna nule. Z uvedeného pak vyplývá, že práce vykonaná gravitační silou po libovolné uzavřené dráze je nulová.

Za předpokladu, že trojúhelníčky zvolené k aproximaci křivky jsou tak malé, že můžeme sílu považovat za konstantní platí pro práci vykonanou na dráze ac :

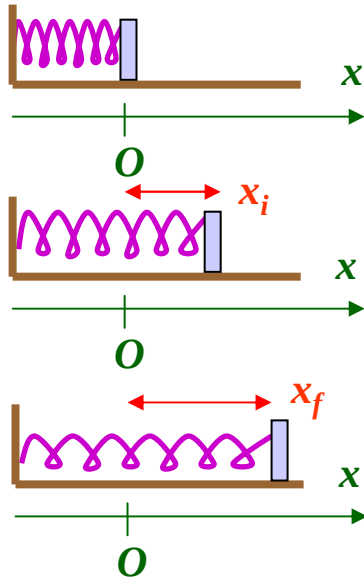
$$W_{ac} = \int_a^c \vec{F} \cdot d\vec{s} = Fs \cos \vartheta$$

Práce vykonaná po dráze ab je rovna nule, neboť dráha je kolmá k působící síle.

Práce vykonaná po dráze bc je rovna : $W_{bc} = \int_b^c \vec{F} \cdot d\vec{s} = Fx$

Práce W_{bc} je rovna práci W_{ac} neboť $x = s \cos \vartheta$

Potenciální energie pružnosti



Těleso hmotnosti m připevněné k pružině se pohybuje v důsledku rozpínání pružiny z bodu o souřadnici x_i do bodu o souřadnici x_f . Síla pružnosti koná při posouvání tělesa práci W a mění tak potenciální energii systému pružina hmotné těleso o ΔU :

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)dx = \int_{x_i}^{x_f} -kx dx = -k \int_{x_i}^{x_f} x dx$$

$$\Delta U = -W \rightarrow \Delta U = \frac{1}{2} kx_f^2 - \frac{1}{2} kx_i^2$$

Jelikož souřadnice bodu x_f může být libovolná platí: $\Delta U = U(x) - U_i = \frac{1}{2} kx^2 - \frac{1}{2} kx_i^2$

Fyzikální význam mají pouze změny potenciální energie můžeme tedy volit x_i a U_i libovolně. Obvykle se volí $x_i = 0$ a $U_i = 0$. Pak dostaneme pro potenciální energii pružnosti vztah:

$$U(x) = \frac{1}{2} kx^2$$

Zachování mechanické energie.

Celkovou mechanickou energii izolovaného systému definujeme jako součet potenciální a kinetické energie:

$$E_{mech} = E_{kin} + E_{pot}$$

Předpokládejme, že na mechanický systém nepůsobí žádná vnější síla, všechny vnitřní síly jsou konzervativní. Práce vykonaná působením vnitřní síly na objekt systému změni kinetickou energii $\Delta E_{kin} = W$ a potenciální energii $E_{pot} = -W$ objektu. Z porovnáním obou rovnic vyplývá rovnice:

$$\Delta E_{kin} = -\Delta E_{pot} \rightarrow E_{kin2} - E_{kin1} = -(E_{pot2} - E_{pot1})$$

$$E_{kin1} + E_{pot1} = E_{kin2} + E_{pot2}$$

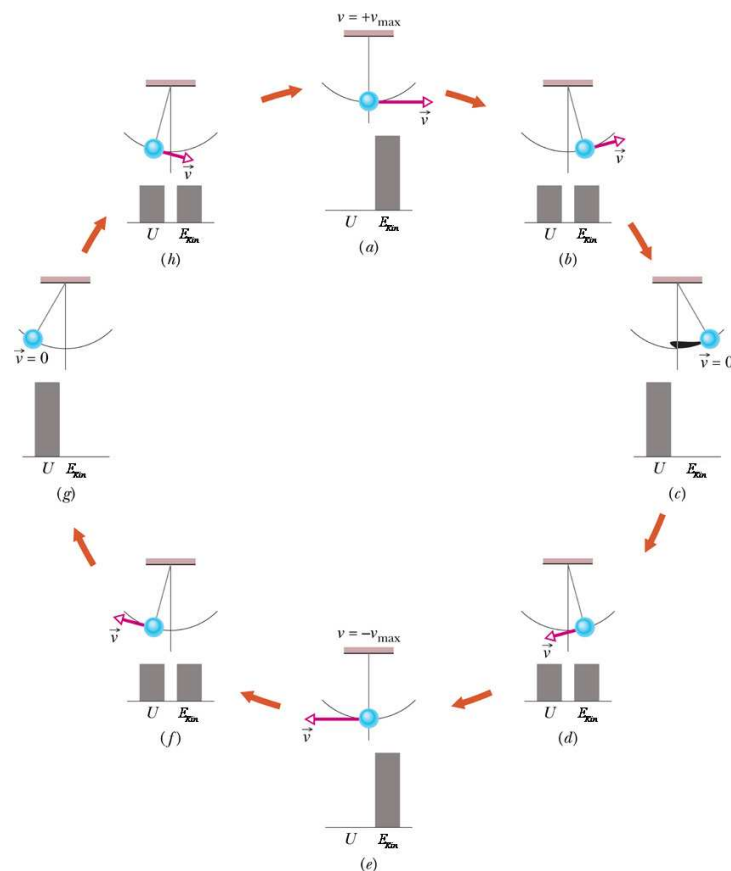
Tento vztah je formulací **zákona zachování mechanické energie**; přeformulováním vztahu dostaneme:

$$\Delta E_{mech} = \Delta E_{kin.} + \Delta U_{Pot.} = 0$$

Pro změnu mechanické energie izolovaného systému, v nichž je působící síla součtem konzervativních a nekonzervativních sil platí následující vztah:

$$\Delta E_{\text{mech}} = W_{nc}$$

W_{nc} je práce vykonaná působením nekonzervativních sil.



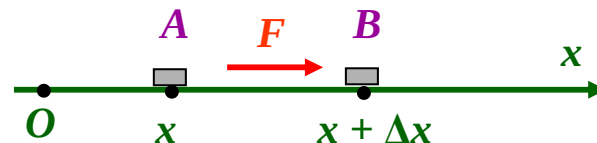
Příkladem mechanického systému splňujícího zákon zachování mechanické energie je systém kyvadla hmotnosti m kývajícího se v prostředí zemské gravitace.

Celková mechanická energie systému kývající se kyvadlo-gravitace je konstantní. Při kývání kyvadla se celková energie E postupně přerozděluje mezi potenciální E_{pot} a kinetickou energii E_{kin} .

V nejnižším bodě trajektorie je potenciální energie nulová. Kinetická energie je maximální v poloze **a** a **e** (potenciální energie je minimální). Potenciální energie je maximální v poloze **c** a **g** (kinetická energie je zde minimální).

Vyjádření síly $F(x)$ jako derivace potenciální energie $E_{pot}(x)$.

Uvažujme objekt pohybující se podél osy x pod vlivem neznámé síly F , známe potenciální energii E_{pot} objektu v každém bodě dráhy x . Objekt se pohybuje z bodu A směrem k bodu B , (souřadnice

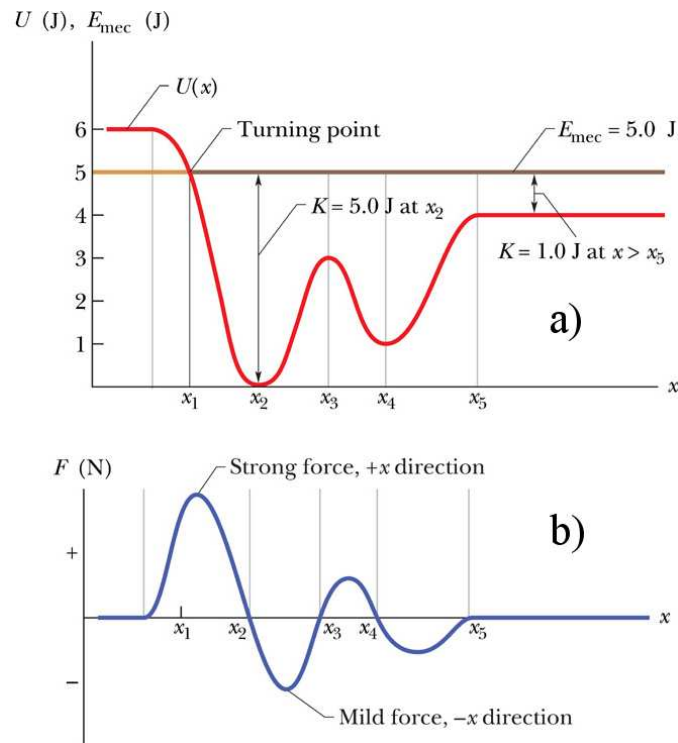


$x + \Delta x$). Síla vykoná po dráze Δx práci rovnou $W = F \Delta x$ a změní potenciální energii systému o $\Delta U = -W$. Z porovnání obou rovnic dostaneme vztah $-\Delta U = F \Delta x$ a dále:

$$F = -\frac{\Delta U}{\Delta x}$$

Přechodem k limitě $\Delta x \rightarrow 0$ dostaneme rovnici:

$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$$



Křivky potenciální energie

je grafickým vyjádřením závislosti potenciální energie E_{pot} na poloze v daném souřadném systému.

Z křivky potenciální energie lze získat informace o pohybu tělesa pohybujícího se v důsledku působením síly F .

První parametr, který z křivky potenciální energie získáme je velikost působící síly, na základě vztahu:

$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$$

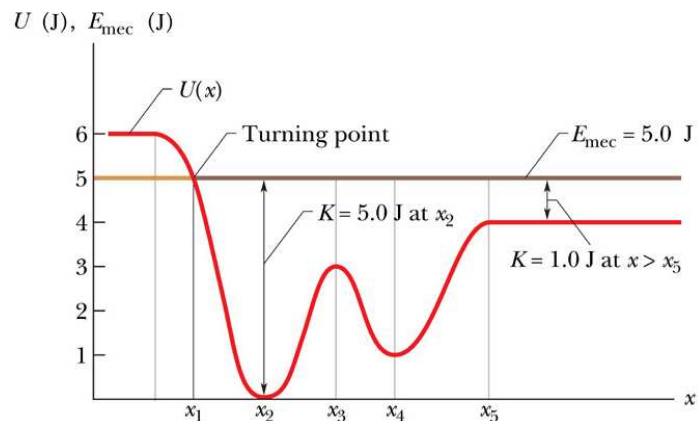
Obrázek a): křivka $E_{pot}(x)$ pro sílu působící ve směru osy x .

Obrázek b): křivka závislosti velikosti síly $F(x)$ na poloze na ose x .

Například v bodech x_2 , x_3 , a x_4 je směrnice křivky $U(x)$ vs. x nulová a tedy $F = 0$.

Směrnice dU/dx mezi body x_3 a x_4 je záporný; tedy $F > 0$ v tomto intervalu.

Směrnice dU/dx mezi body x_2 a x_3 je kladný; tedy $F < 0$ v tomto intervalu.



Body obratu

Celková mechanická energie systému je $E_{mech} = E_{kin}(x) + E_{pot}(x)$. Celková mechanická energie je konstantní a vyjádřením kinetické energie dostaneme $E_{kin}(x) = E_{mech} - E_{pot}(x)$. Dosazením hodnot potenciální energie pro různá x pak vypočítáme hodnoty kinetické energie $E_{kin}(x)$. (na obrázku 5 J)

Z definice kinetické energie vyplývá, že hodnota kinetická energie musí být větší nebo rovna nule. Z toho vyplývají intervaly hodnot souřadnice x , pro něž je pohyb povolen:

$$E_{kin}(x) = E_{kin}(x) = E_{mech} - E_{pot}(x)$$

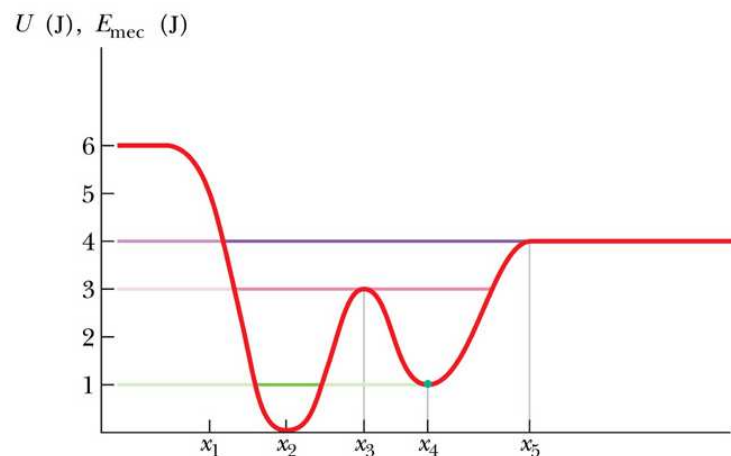
Pohyb je povolen je-li:

$$E_{kin} > 0 \rightarrow E_{mech} - E_{pot}(x) > 0 \rightarrow E_{pot}(x) < E_{mech}$$

Pohyb je zakázán je-li:

$$E_{kin} < 0 \rightarrow E_{mech} - E_{pot}(x) < 0 \rightarrow E_{pot}(x) > E_{mech}$$

Body v nichž je $E_{mech} = E_{pot}(x)$ označujeme jako body obratu pohybu. V bodě obratu je $E_{kin} = 0$.



Rovnovážná poloha

Máme zadánu křivku potenciální energie $E_{pot}(x)$, body obratu a intervaly hodnot souřadnice x v nichž je povolen pohyb závisí na hodnotě mechanické energie systému E_{mech} .

Bod v němž je směrnice $dU/dx = 0$ a tedy $F = 0$ označujeme jako rovnovážnou polohu.

Interval v němž $F = 0$ (na obrázku pro všechna $x > x_5$) je těleso ve **ve volné rovnovážné poloze**.

Je-li celková mechanická energie $E_{mech} = 4$ J, je kinetická energie $E_{kin} = 0$, potenciální energie tělesa $E_{pot} = E_{mech} = 4$ J, těleso je stacionární pro všechny body $x > x_5$.

Body v nichž je $E_{pot}(x_2, x_4)$ minimální je těleso v **stabilní rovnováze**.

Naopak v bodě v němž $E_{pot}(x_3)$ dosahuje maxima je těleso ve **vratké rovnováze**.

Body x_1 a x_5 jsou body obratu.

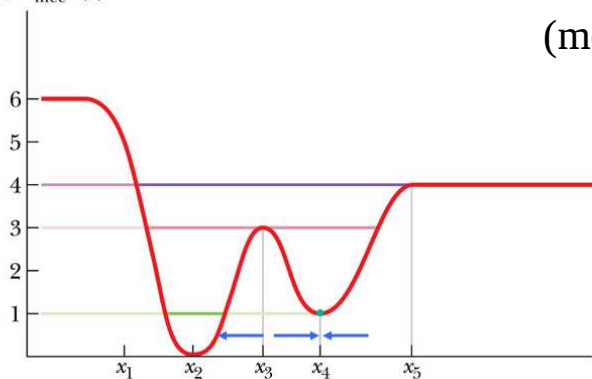
Stabilní rovnovážná poloha

Příkladem stabilní rovnováhy tělesa je poloha tělesa v bodě x_4 , kde je E_{pot} minimální. Je-li celková mechanická energie tělesa $E_{mech} = 1\text{ J}$ pak v bodě x_4 je $E_{kin} = 0$. Těleso s celkovou mechanickou energií $E_{mech} = 1\text{ J}$ je v bodě x_4 ve stabilní poloze. Posunutí tělesa z této stacionární polohy vyvolá sílu, která se snaží vrátit těleso zpět do polohy v bodě x_4 . V bodě x_4 je tedy těleso ve stabilní rovnovážné poloze.

Labilní rovnovážná poloha

Příkladem polohy, v níž dosahuje E_{pot} maxima je hodnota potenciální energie v bodě x_3 . Je-li celková mechanická energie systému $E_{mec} = 3\text{ J}$ potom $E_{kin} = 0$ v bodě x_3 . Těleso jehož celková mechanická energie je $E_{mec} = 3\text{ J}$ je v bodě x_3 . Jemné vychýlení tělesa z polohy v bodě x_3 vyvolá sílu, která těleso uvede do pohybu a natrvalo ho vzdálí poloze v x_3 . Rovnovážná poloha v bodě x_3 je labilní polohou.

$U\text{ (J)}, E_{mec}\text{ (J)}$



Směr působení síly na pohybující se těleso lze určit z rovnice (modré šipky na obrázku):

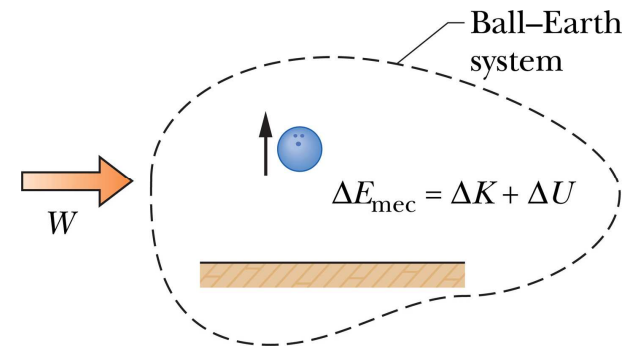
$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$$

Práce vykonaná vnějšími silami na mechanickém systému

Uvažme mechanický systém, například bowlingovou kouli v prostředí zemské gravitace. Koule-země je uzavřený systém.

Síla, kterou působí na bowlingovou kouli hráč, je vnější síla. Tato vnější síla změní pohybový stav koule, tedy vykoná na kouli práci a změní tak její mechanickou energii.

Celková mechanická energie systému na nějž působí vnější síla pak již není konstantní :



$$W = \Delta E_{\text{mech}} = \Delta K + \Delta U \neq \text{konstanta}$$

Fyzikální pole.

$$\mathbf{F} = G \frac{m_1 m_2}{|\mathbf{R}|^2} \frac{\mathbf{R}}{|\mathbf{R}|}$$

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$$

Jak vysvětlit vzájemné silové působení mezi hmotnými objekty jako jsou hvězdy, planety, nebo pohyb těles ve sluneční soustavě? Newtonův zákon síly předpokládá vzájemný kontakt mezi interagujícími objekty, planety však v žádném kontaktu nejsou.

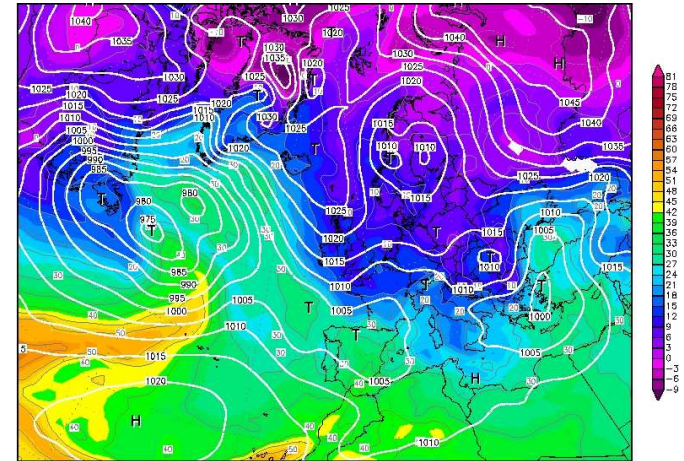
Dalším problémem je například otázka popisu rozložení hodnot fyzikálních veličin jako jsou například teplota, tlak apod. (tedy skalárních veličin) v prostoru (tělesech).

Skalární pole a vektorové pole - matematické hledisko.

Skalární pole

Každému bodu prostoru je přiřazena odpovídající hodnota nějaké skalární veličiny.

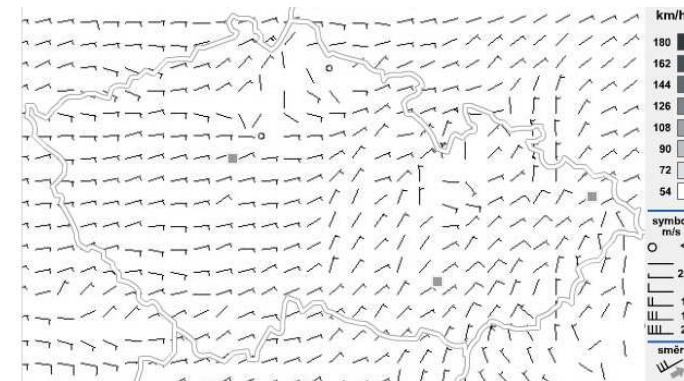
Příkladem je rozložení tlaku nad Evropou na meteorologické mapě na obrázku, bílé čáry spojují místa o stejném tlaku-**isobary**. Podobné mapy jsou pro rozložení teplot, množství srážek apod. V technické praxi jsou podobným příkladem rozložení teplot vs spalovacím motorem.



Vektorové pole

Každému bodu prostoru je přiřazena nejen hodnota veličiny, ale též směr jejího působení.

Příkladem vektorových polí jsou **silová pole** (gravitace a elektrické síly mezi nabitými částicemi, magnetické síly), rozložení směrů větru, rychlost kapaliny v prostoru (koryto řeky) atd.



Silové pole

Silové pole je vektorové pole, kde každému bodu prostoru je přiřazen vektorovou síly.

Gravitační pole:

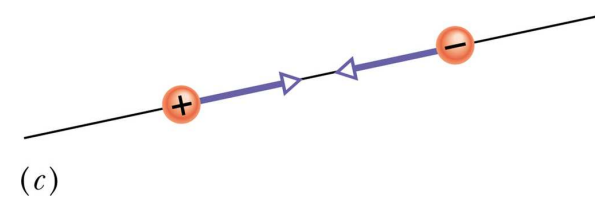
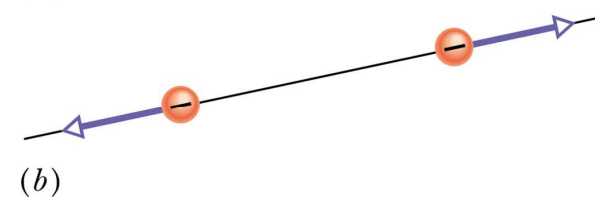
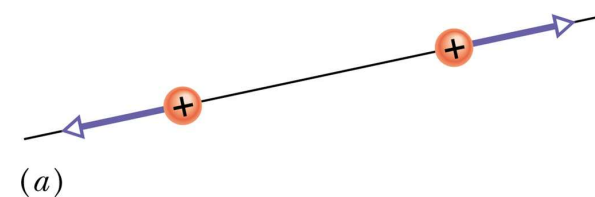
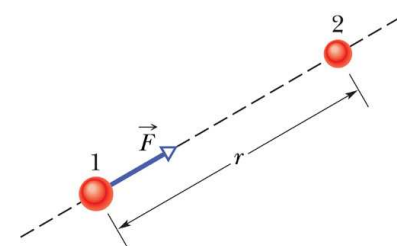
$$\vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{|\vec{R}|^2} \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|}$$

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$$

Elektrické pole:

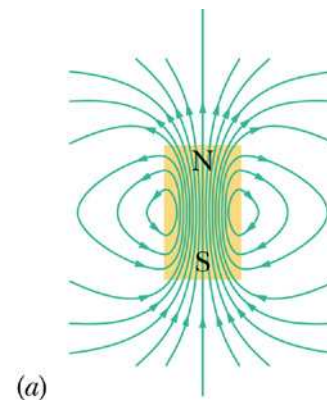
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{R}|^2} \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$$



Magnetické pole:

Zákony popisující magnetické pole jsou komplikovanější než v případě gravitačního a elektrického pole, důvodem je především to, že magnetické pole vzniká v důsledku pohybu nabitých částic.



Intensita gravitačního silového pole

Veličina charakterizující silové působení silového pole je **intenzita pole** (zde zavádím obecný symbol **I**). Intensitu pole definujeme jako sílu působící v daném místě prostoru na jednotkové množství kvantitativní fyzikální veličiny:

$$\vec{I} = [\text{Intensita silového pole}] = \frac{\vec{F}}{a}$$

Proč zavádíme intensitu pole

Intensita pole říká jaká síla působí v daném místě na „sondu“ jednotkového množství fyzikální veličiny. To znamená, známe-li sílu působící na jednotkové množství fyzikální veličiny v daném místě, tedy intensitu pole, a dokážeme-li tuto sílu (intensitu pole) určit, dokážeme pak říci jaká síla bude působit na libovolné množství fyzikální veličiny, aniž bychom cokoliv věděli o zdroji působící síly. Příkladem je intensita gravitačního pole:

$$\vec{F} = G \frac{mM}{|\vec{R}|^2} \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|} \rightarrow \frac{\vec{F}}{m} = G \frac{M}{|\vec{R}|^2} \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|} \rightarrow \vec{I} = G \frac{M}{|\vec{R}|^2} \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|} = \vec{g} \rightarrow \vec{F} = m_{\text{libovolné}} \vec{I}(\vec{R})$$

Intensita silového pole je vektorová veličina, k charakterizaci pole v daném místě tedy potřebujeme tři hodnoty.

Potenciál gravitačního silového pole.

Práce vykonaná konzervativním silovým polem například gravitačním při přenesení hmotného tělesa veličiny mezi místy $\mathbf{r}_a$ a $\mathbf{r}_b$ je dána změnou potenciální energie míst U_b a U_a . Potenciální energie je skalární veličina jejíž hodnota je funkcí polohového vektoru, nabízí se tedy možnost popsat konzervativní silové pole jednodušeji pomocí hodnoty potenciální energie. Práce vykonaná gravitační silou při přenesení tělesa hmotnosti m mezi místy $\mathbf{r}_a$ a $\mathbf{r}_b$ je rovna záporně vzaté změně potenciální energie míst $\mathbf{r}_a$ a $\mathbf{r}_b$:

$$\begin{aligned} -\Delta E_p = W_{ab} &= \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_a^b -GMm \frac{dr}{r^2} = GMm \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right) = \\ &= -GMm \frac{1}{r_a} - \left(-GMm \frac{1}{r_b} \right) = m \left(-GM \frac{1}{r_a} \right) - m \left(-GM \frac{1}{r_b} \right) = \\ &= mU(r_a) - mU(r_b) \end{aligned}$$

Novou funkci $U(\mathbf{r})$: $U(\vec{r}) = -GM \frac{1}{r}$ nazýváme potenciálem gravitačního pole.

Fyzikálně odpovídá **gravitační potenciál** potenciální energii, kterou by mělo těleso o jednotkové hmotnosti v místě daném polohovým vektorem $\mathbf{r}$.

Popis konzervativního silového pole prostřednictvím vektoru intensity a potenciálem pole je ekvivalentní. Smysl potenciálu je vedle jeho fyzikálního významu především v zjednodušení popisu pole. Intensita vektorového pole je vektorová funkce a tudíž musíme počítat se třemi složkami vektoru intensity. Potenciál je skalární funkce a tudíž s ním počítáme stejně jako s čísly. Výsledné pole, tedy intensitu pak určíme z výsledného potenciálu. Tato výhoda se ukáže zvláště v případě kdy počítáme s konzervativním silovým polem vytvořeném více objekty.

Příklad:

Máme hmotné body umístěné v místech o polohových vektorech $\mathbf{r}_i$, $i = 1, 2, \dots$. Výsledný potenciál silového pole vytvořený těmito hmotnými objekty v bodě $\mathbf{r}_P$ je pak dán prostým součtem potenciálů jednotlivých hmotných objektů v bodě $\mathbf{r}_P$:

$$U(\vec{r}_P) = \sum_i -GM \frac{1}{|\vec{r}_i - \vec{r}_P|}, i = 1, 2, \dots$$

Intensitu výsledného pole v bodě $\mathbf{r}_P$ pak spočteme za vztahů:

$$I_x^{\text{grav.}} = -\frac{dU(\vec{r}_P)}{dx}, I_y^{\text{grav.}} = -\frac{dU(\vec{r}_P)}{dy}, I_z^{\text{grav.}} = -\frac{dU(\vec{r}_P)}{dz}$$

Výsledek pak jednoduše zapíšeme pomocí symbolu vektorového operátoru nazývaného **nabla**:

$$\nabla = \left(\frac{d}{dx}, \frac{d}{dy}, \frac{d}{dz} \right)$$

Následujícím postupem:

$$I^{\text{grav}}(\vec{r}_P) = -\nabla U(\vec{r}_P) = \left(\frac{dU(\vec{r}_P)}{dx}, \frac{dU(\vec{r}_P)}{dy}, \frac{dU(\vec{r}_P)}{dz} \right)$$

Výsledkem použití operátoru **nabla** je **vektor - gradient potenciální energie!!**