

# Cvičení\_V

## Příklad 1.

Těleso o hmotnosti  $m = 680 \text{ g}$  je připojeno k pružině tuhosti  $k = 65 \text{ Nm}^{-1}$ . Těleso, pohybující se na hladké podložce, vychýlíme o  $x = 11 \text{ cm}$  z rovnovážné polohy  $x = 0$ . V nové poloze je těleso v klidu. Poté jej v čase  $t = 0$  uvolníme.

- (a) Jakou silou působí v okamžiku uvolnění pružina na těleso?
- (b) Jaká je úhlová frekvence, frekvence a perioda vzniklého kmitání?
- (c) Určete amplitudu výchylky.
- (d) Určete maximální rychlost kmitajícího tělesa.
- (e) Určete maximální zrychlení tělesa.
- (f) Jaká je fázová konstanta pohybu  $\phi$ ?

Návod k řešení

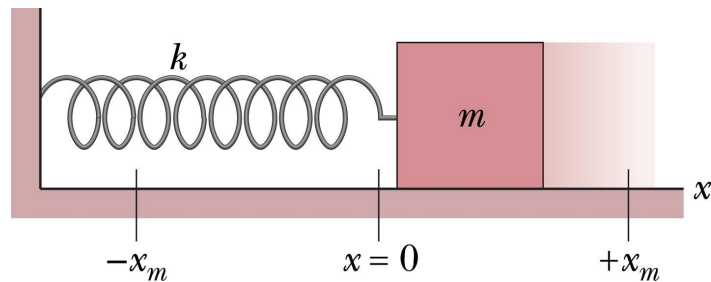
a)  $F = -kx$       b)  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad f = \frac{\omega}{2\pi}, \quad T = \frac{1}{f}$       d)  $v_m = \omega x_n$

e)  $a_m = \omega^2 x_n$       f)  $x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)$

## Příklad 2.

Máme harmonický oscilátor (pružina – kvádr hmotnosti  $m$ ). V čase  $t = 0$  je výchylka  $x(0) = -8,5 \text{ cm}$ , rychlost  $v(0) = -0,92 \text{ ms}^{-1}$  a zrychlení  $a(0) = +47,0 \text{ ms}^{-2}$ .

- (a) Určete úhlovou frekvenci  $\omega$ . (výsledek:  $\omega = 23,5 \text{ rad s}^{-1}$ )  
(b) Určete fázovou konstantu  $\varphi$  a amplitudu  $x_m$ . (výsledek:  $\varphi = 155^\circ$ ,  $x_m = 0,094 \text{ m}$ )



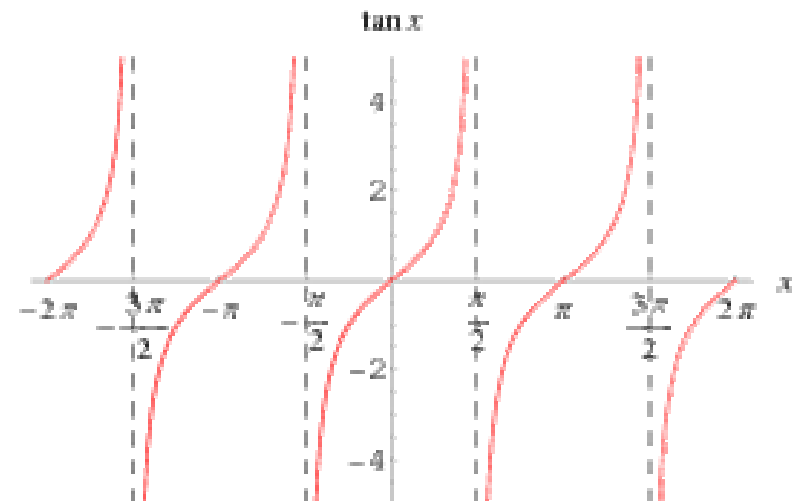
Návod k řešení

a) i b)

$$x(0) = x_m \cos \varphi,$$

$$v(0) = -\omega x_m \sin \varphi,$$

$$a(0) = -\omega^2 x_m \cos \varphi$$



### Příklad 3.



K potlačení amplitudy kmitů vysokých budov se užívají různé tlumící systémy. Jeden je založen na principu systému sestávajícího z koule o velké hmotnosti upevněné na pružinovém závěsu. Amplituda kmitů budovy je tlumena kmity velmi hmotné koule, které jsou fázově posunuty vůči kmitům budovy.

Předpokládejme, že v budově je instalován kompenzační systém sestávající z koule o hmotnosti  $m = 2,72 \times 10^5 \text{ kg}$  a pružin navržený tak, aby frekvence kmitů kompenzačního systému  $f = 10 \text{ Hz}$  a amplituda  $x_m = 20 \text{ cm}$ .

a) Jaká je celková mechanická energie  $E$  systému koule – pružina? (výsledek:  $E = 2,1 \cdot 10^7 \text{ J}$ )

b) Jaká je rychlost koule procházející rovnovážnou polohou? (výsledek:  $v = 12,6 \text{ ms}^{-1}$ )

Návod k řešení

a) a b)  $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2, E_{pot} = \frac{1}{2}kx^2, \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, E_{celkova} = E_{kin} + E_{pot}$

## Příklad 4.

Máme tlumený oscilátor, viz obrázek,  $m = 250 \text{ kg}$ ,  $k = 85 \text{ N/m}$  a  $b = 70 \text{ g/s}$ .

- (a) Jaká je perioda? **Výsledek 0,34 s.**
- (b) Určete dobu, za níž poklesne amplituda na polovinu původní hodnoty. **Výsledek 5,0 s, 15 period.**
- (c) Určete dobu, za níž poklesne mechanická energie na polovinu původní hodnoty. **Výsledek 2,5 s, 7,5 periody.**

Návod k řešení

$$\text{a) } x(t) = x_m e^{-bt/2m} \cos(\omega' t + \phi) \quad \omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

b) Amplituda v čase  $t$  je rovna  $x_m e^{-bt/2m}$  v čase  $t = 0$  je rovna  $x_m$ .

c) Mechanická energie v čase  $t$  je rovna  $\frac{1}{2} k x_m^2 e^{-bt/m}$  v čase  $t = 0$  je rovna  $\frac{1}{2} k x_m^2$ .

