

Pohyb hmotných těles

Přednášející: RNDr. František Adamec, CSc.

Ústav fyziky a biofyziky JČU v Českých Budějovicích

Na základě učebnic:

Halliday, Resnick

Fundamentals of Physics 8th Edition, Wiley 2005

Feynman, Leighton, Sands

Feynmanovy přednášky z fyziky

Fragment 2000

Prostor a čas

Newtonovo pojetí času a prostoru

Newtonovo pojetí času předpokládá, že se časové údaje t a t' ve dvou vztažných soustavách S a S' liší nejvýše o konstantu t_0 , kterou můžeme položit rovnu 0. Čas je podle Newtona **absolutní** a tedy:

$$t' = t + t_0$$

Prostor je nehmotný (prázdný), absolutně prostupný, trojrozměrný, spojitý, homogenní, izotropní, nepohyblivý, jeho univerzální geometrie je euklidovská. Newton zavádí pojem **absolutní prostor**.

Absolutnost znamená, nezávislost na hmotě a pohybu, prostor je brán jako jakási „nádobu na hmotu“.

Reálná tělesa aproximujeme tzv. **hmotným bodem**. **Hmotný bod** je idealizovaný bezrozměrný objekt o hmotnosti rovné hmotnosti reálného tělesa, nebereme tedy v úvahu deformace těles ani jejich rotaci.

Nezajímá-li nás rotace tělesa, pak takovým hmotným bodem reprezentujícím těleso je jeho **těžiště**.

Fyzikální veličiny charakterizující pohyb těles.

Pohyb tělesa - změna polohy vzhledem k jeho okolí. Změny polohy vztahujeme vždy vzhledem k vybranému okolnímu objektu - **referenčnímu tělesu**.

Pohyb tělesa popisují veličiny:

- Poloha vzhledem k zvolené souřadné soustavě (polohový vektor)
- Změna polohy tělesa v čase (posunutí tělesa)
- Dráha po níž se těleso pohybuje
- Rychlost pohybu
- Změna rychlosti pohybu tělesa (zrychlení)

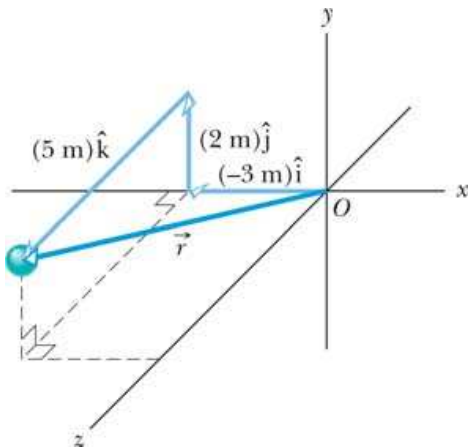
Poloha hmotného bodu v prostoru

Základní fyzikální charakteristiky pohybu tělesa jsou:

- Poloha vzhledem k zvolené souřadné soustavě (polohový vektor)
- Změna polohy tělesa v čase (posunutí tělesa)
- Dráha po níž se těleso pohybuje
- Rychlost pohybu
- Změna rychlosti pohybu tělesa (zrychlení)

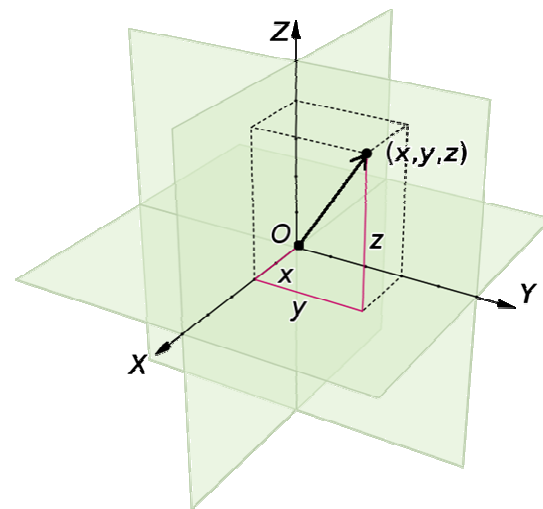
Pohyb tělesa znamená, změnu polohy vzhledem k jeho okolí. Změny polohy tedy vztahujeme vždy vzhledem k vybranému okolnímu objektu - **referenčnímu tělesu**.

Z praktických důvodů spojujeme s referenčním tělesem referenční **souřadnicovou soustavu**. Poloha hmotného bodu ve zvolené soustavě souřadnic je určena **polohový vektorem** vycházejícím z počátku souřadnicové soustavy.



$$\vec{r} = (-3 \vec{i} + 2 \vec{j} + 5 \vec{k}) [m]$$

$$x = -3, y = 2, z = 5$$



$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$$

$$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$$

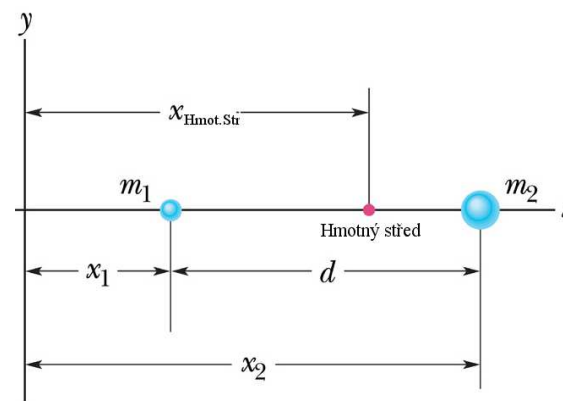
x, y, z : souřadnice bodu,
 i, j, k : jednotkové vektory ve směru jednotlivých souřadných os.

Hmotný střed - těžiště

tělesa je místem v tělese, který se pohybuje jako kdyby veškerá tíha tělesa byla soustředěna v tomto bodě a vnější síly působící na systém hmotných těles působí právě v tomto bodě.

Poloha hmotného středu pro dva hmotné body na přímce:

$$x_{Hmot.Str.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$



Poloha hmotného středu n hmotných bodů na přímce:

$$x_{Hmot.Str.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i x_i$$

$$M = m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n$$

Jsou-li hmotné body rozmístěny v prostoru pak je třeba vypočítat polohu hmotného středu pro všechny tři souřadnice:

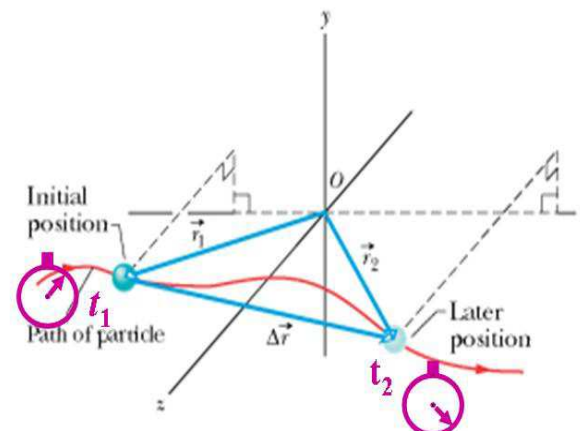
$$x_{Hmot.Str.} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i x_i, \quad y_{Hmot.Str.} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i y_i, \quad z_{Hmot.Str.} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i z_i$$

Polohový vektor hmotného středu n hmotných bodů rozmístěných v prostoru:

$$\vec{r}_{Hmot.Str.} = x_{Hmot.Str.} \vec{i} + y_{Hmot.Str.} \vec{j} + z_{Hmot.Str.} \vec{k}$$

Posunutí tělesa

Posunutí definujeme jak rozdíl polohových vektorů koncového a výchozího bodu. Posunutí je vektorovou veličinou, je charakterizováno velikostí a směrem.



$$\begin{aligned}\vec{r}_2 &= x_2 \vec{i} + y_2 \vec{j} + z_2 \vec{k} \\ \vec{r}_1 &= x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j} + z_1 \vec{k}\end{aligned}$$



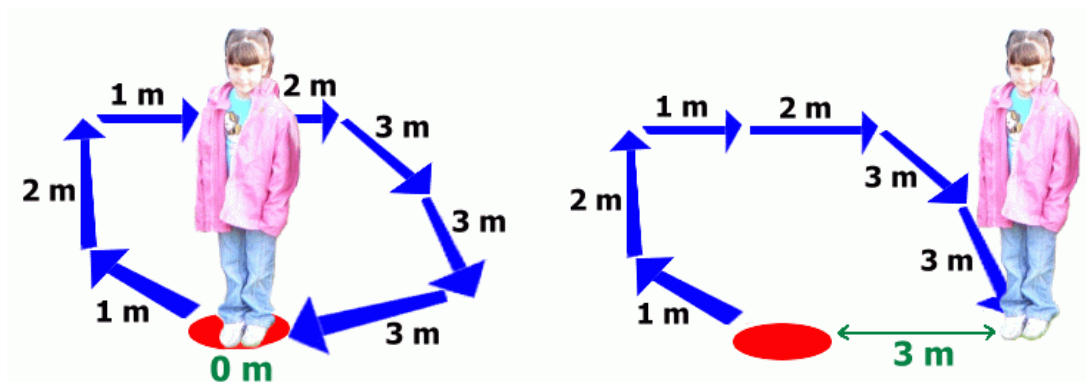
$$\vec{\Delta r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\begin{aligned}\vec{\Delta r} &= (x_2 - x_1) \vec{i} + (y_2 - y_1) \vec{j} + (z_2 - z_1) \vec{k} \\ \vec{\Delta r} &= \Delta x \vec{i} + \Delta y \vec{j} + \Delta z \vec{k}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta x &= x_2 - x_1 \\ \Delta y &= y_2 - y_1 \\ \Delta z &= z_2 - z_1\end{aligned}$$

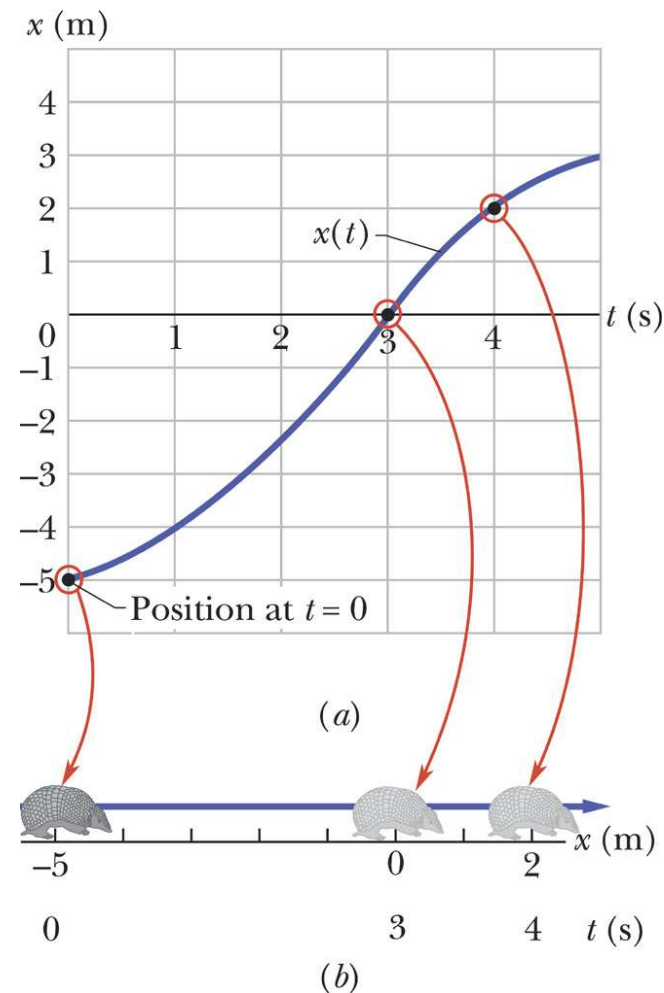
Je nutné rozlišovat mezi přemístěním a celkovou uraženou dráhou. Ve zvláštním případě je jejich velikost stejná.

Posunutí a skutečně překonaná vzdálenost jsou obecně různé.



Způsoby popisu pohybu tělesa

- Tabulkou, v jednom sloupci zaznamenáme vzdálenost tělesa od počátku v okamžiku měření, ve druhém pak čas
- Nakreslíme graf závislosti změřené hodnoty vzdálenosti od počátku na čase v němž jsme vzdálenost měřili.
- Matematickým vzorcem.



Graf závislosti $x(t)$ pohybujícího se pásavce.

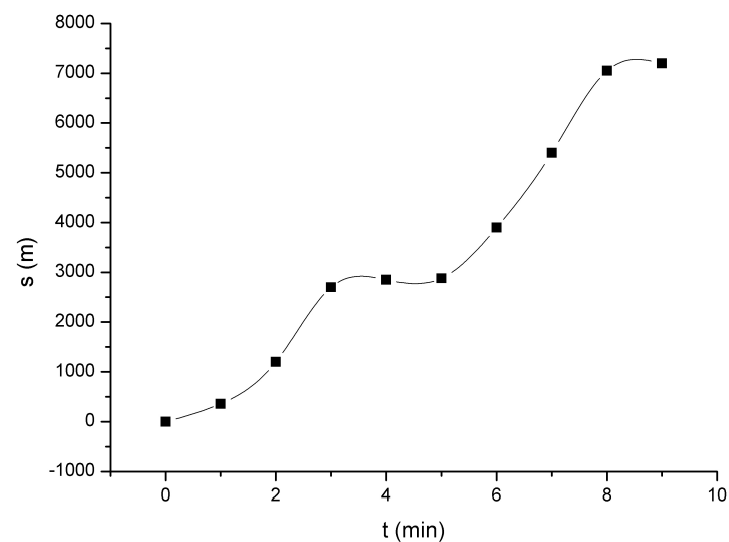
Pohyb a jak ho popsat

A) tabulkou, B) graficky, C) vzorcem:

A)

t [min]	s [m]
0	0
1	360
2	1200
3	2700
4	2850
5	2880
6	3900
7	5400
8	7050
9	7200

B)



C) Nalezneme matematický vztah, z něhož dokážeme určit polohu v libovolném okamžiku.

Rychlost pohybu

Průměrná rychlost (fyzikální):

$$\vec{v} = \frac{\vec{r}_2(t_2) - \vec{r}_1(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x \cdot \vec{i} + \Delta y \cdot \vec{j} + \Delta z \cdot \vec{k}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \vec{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t} \vec{k}$$

Průměrná rychlost („občanská“):

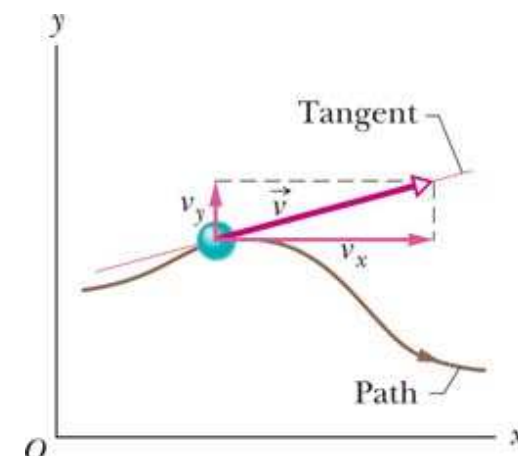
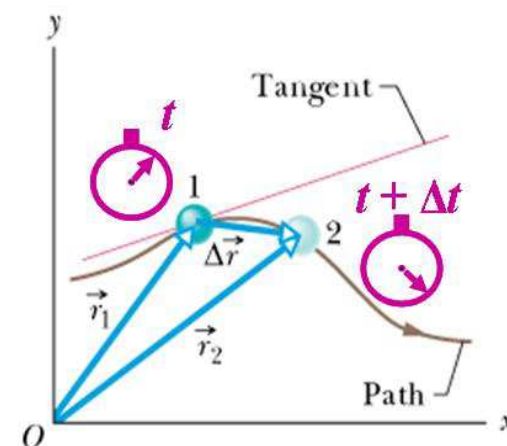
$$s_{avg} = \frac{\text{celková vzdálenost}}{\Delta t}$$

„Občanská“ průměrná rychlost není vektorovou veličinou a z fyzikálního hlediska nemá prakticky žádný význam.

Smysluplnější charakteristikou pohybu než je průměrná rychlost je **okamžitá rychlost**

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \vec{v} = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{\vec{r}_2(t_2) - \vec{r}_1(t_1)}{t_2 - t_1} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \\ &= \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k} \end{aligned}$$

Okamžitá rychlost je vektorová veličina, vektor rychlosti a má směr tečny k dráze. Jednotkou rychlosti je ms^{-1} .



Zrychlení-změna rychlosti pohybu

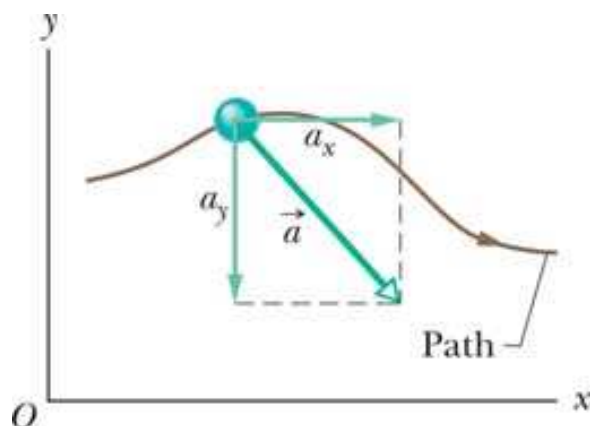
Změnu rychlosti pohybu charakterizuje veličina **zrychlení**.
Jednotkou zrychlení je ms^{-2} .

Průměrné zrychlení:
$$\vec{a}_{avg} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

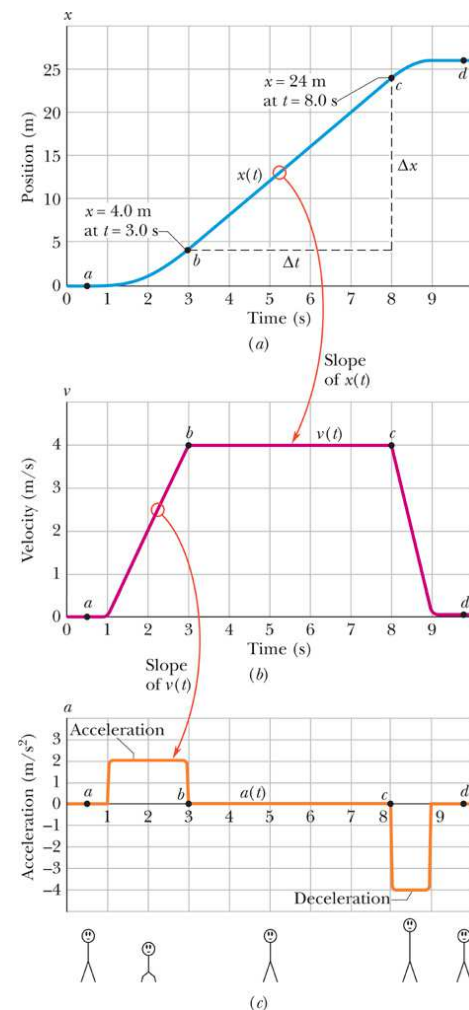
Okamžité zrychlení:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k} \right) =$$

$$= a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$



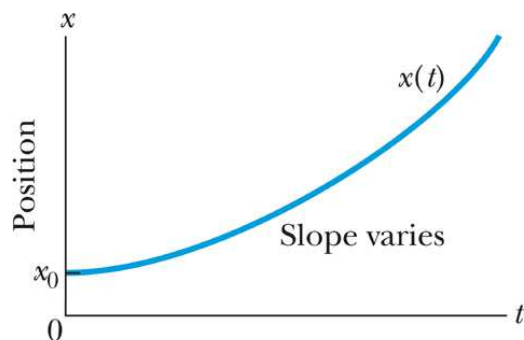
Rozklad zrychlení do složek při pohybu po zakřivené dráze.



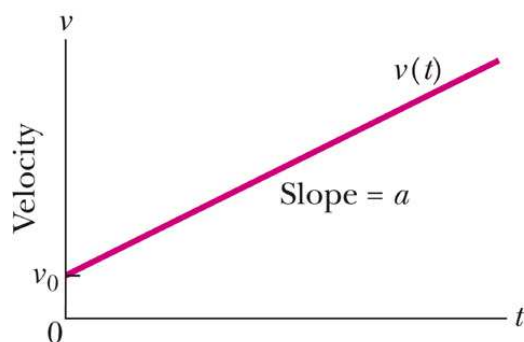
Pohybu výtahu – nerovnoměrný pohyb.

- a) Dráha kabiny,
- b) Rychlost kabiny,
- c) zrychlení kabiny a pocity cestujících

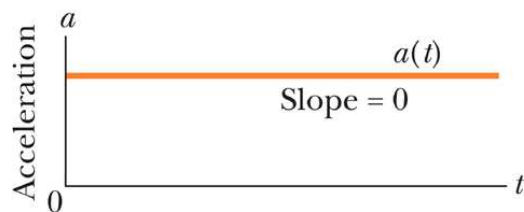
Pohyb s konstantním zrychlením



(a)



(b)



(c)

Dráha x uražená tělesem za čas t :

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Rychlost tělesa zrychlujícího s konstantním zrychlením a po dobu t :

$$v(t) = v_0 + at$$

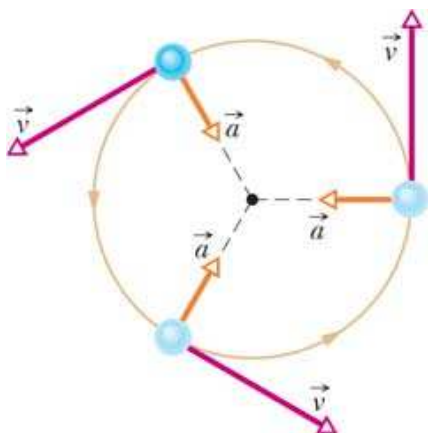
Vyloučením času t z obou předchozích rovnic získáme užitečnou rovnici :

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

Speciální případ pohybu s konstantním zrychlením je volný pád.

Zrychlení volného pádu v blízkosti zemského povrchu $a = g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$.

Pohyb po kružnici s konstantní velikostí vektoru rychlosti



Vektor rychlosti částice pohybující se rovnoměrně po kružnici míří vždy ve směru tečny ke kružnici.

Rychlost při rovnoměrném pohybu po kružnici se nemění, mění se však směr vektoru rychlosti, to znamená, že pohyb po kružnici je vždy zrychleným pohybem.

Vektor zrychlení míří směrem do středu kružnice, nazýváme ho **dostředivým zrychlením**.

Velikost vektoru zrychlení:

$$a = \frac{v^2}{r}$$

v je rychlost kruhového pohybu,
 r je poloměr kružnice

Doba jednoho oběhu kružnice - **perioda**:

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$