

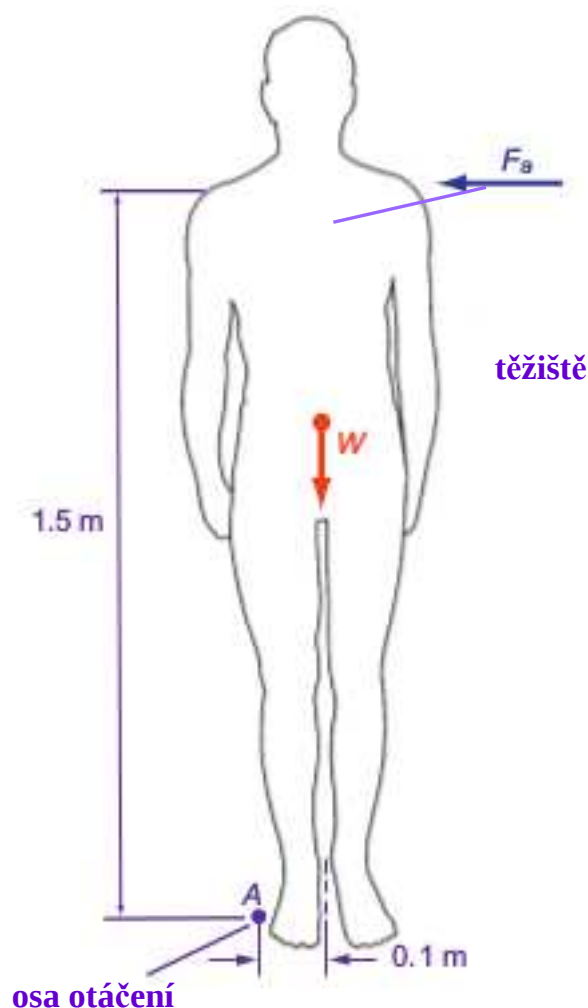
# Mechanika příklady

Based on:

Physics in Medicine and Biology.

## Stabilita těla vůči působení vnější síly.

Síla  $F_a$  působící na tělo stojícího člověka tak jak je zobrazeno na obrázku způsobí povalení člověka okolo osy otáčení  $A$ . Proti povalení člověka působí tíha člověka soustředěná v těžišti. Jak velká je síla  $F_a$ , je-li hmotnost člověka 70 kg?



Řešení:

Moment  $M_a$  síly  $F_a$  vzhledem k bodu  $A$ :  $M_a = F_a \cdot 1,5m$

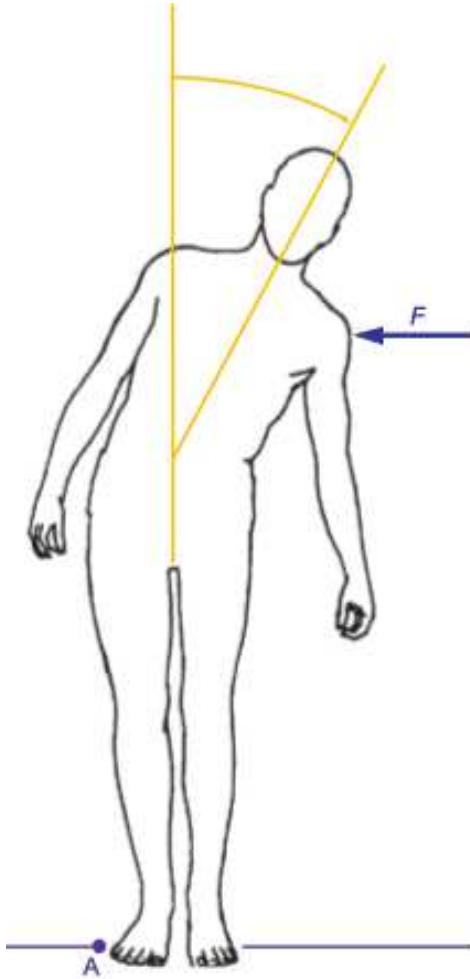
Moment  $M_w$  síly  $W$  vzhledem k bodu  $A$ :  $M_w = W \cdot 0,1m$

$$W = mg = 70kg \cdot 9,8ms^{-2} = 685 \text{ newton (N)}$$

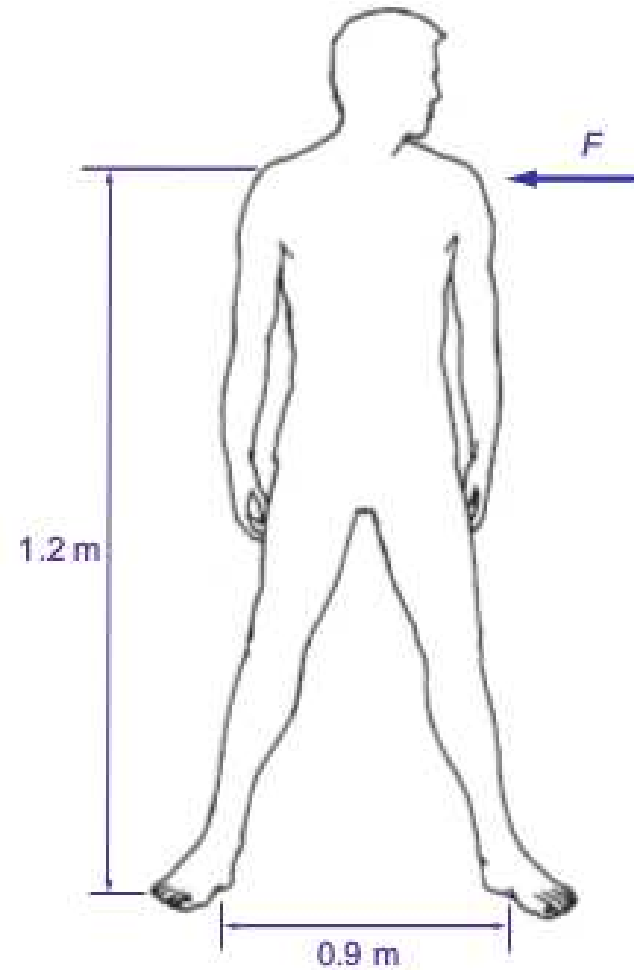
$$M_a = M_w = F_a \cdot 1,5m = W \cdot 0,1m \rightarrow$$

$$F_a = \frac{W \cdot 0,1m}{1,5} = \frac{68,6}{1,5} = 45,7 \text{ N}$$

## Jak zvýším stabilitu těla?



Vykloněním těla proti působící síle v rovině v níž síla leží – posunutí těžiště.

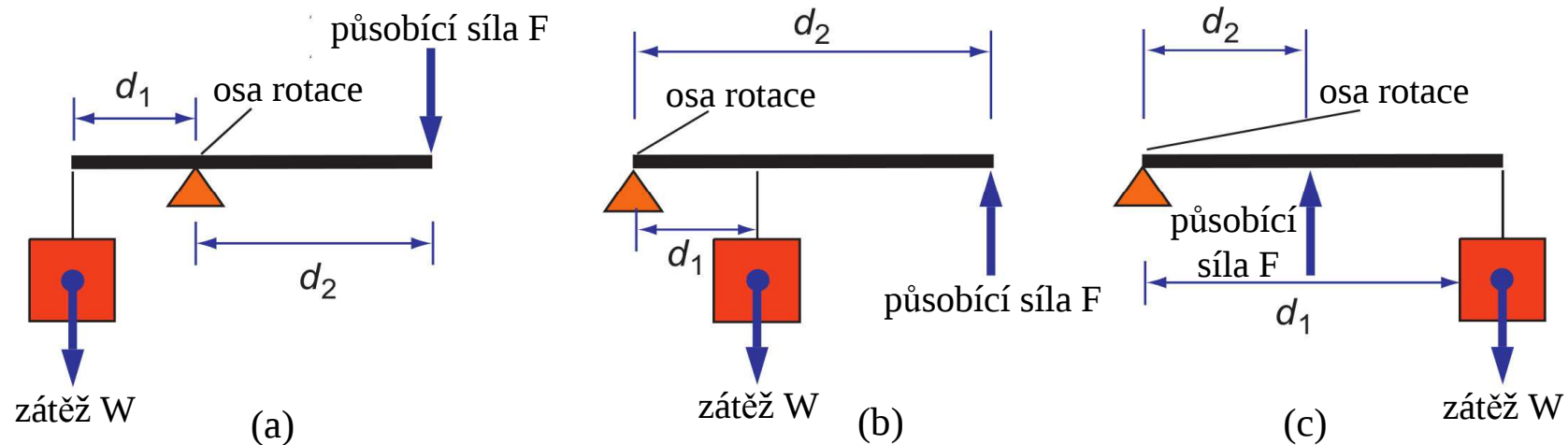


Rozkročení – zvětšení základny.

# Páka.

Páka je jednoduchý stroj, jehož části jsou **osa rotace**, **rameno břemene** a **rameno síly**. Páka se otáčí kolem osy otáčení, rameno břemene působí na těleso (břemeno), na rameno síly působí vnější mechanická síla.

Páka se využívá nejčastěji k přenosu síly, velikost potřebné síly je nepřímo úměrná délce ramene. Existují tři varianty pák, podle místa působení zátěže a vnější síly:

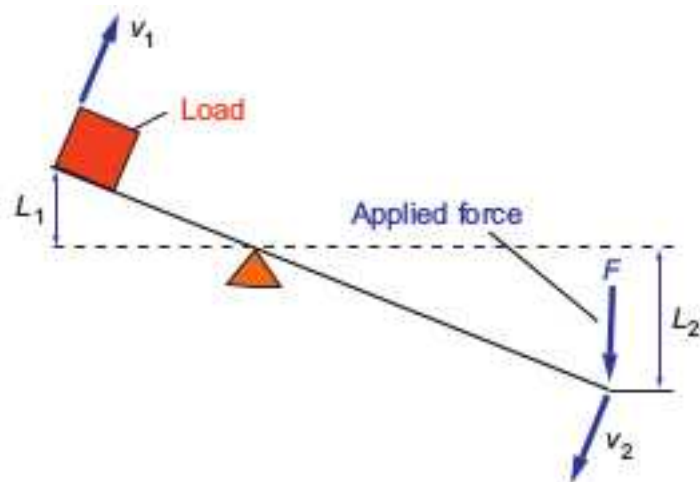


Podmínka rovnováhy na páce:  $Fd_2 = Wd_1$

Mechanický zisk páky:  $M = \frac{W}{F} = \frac{d_2}{d_1}$

# Páka - pokračování

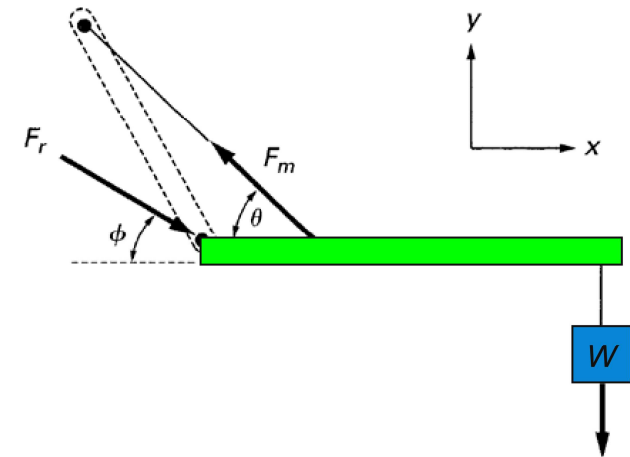
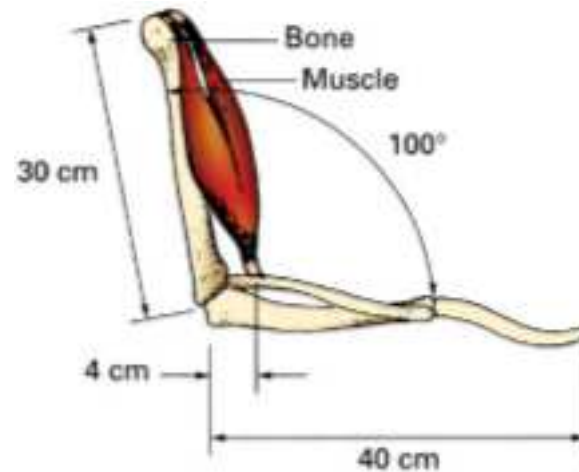
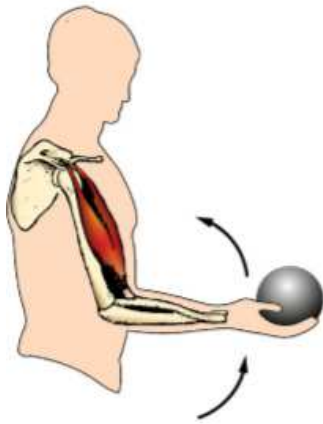
Mezi délkami obou ramen páky  $d_1$ ,  $d_2$ , dráhami  $L_1$ ,  $L_2$  na nichž působí tíha zátěže a vnější síla a rychlostmi pohybu  $v_1$ ,  $v_2$  obou konců páky platí vztahy (1) a (2):



$$(1) \quad \frac{L_1}{L_2} = \frac{d_1}{d_2}$$

$$(2) \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{d_1}{d_2}$$

# Loket-model.



Určete:

$F_m$  - síla svalu (biceps),  $\theta$  - úhel síly  $F_m$   
 $F_r$  - reakce v bodě otáčení (loketní kloub),  
 $\phi$  - úhel síly  $F_r$

V rovnováze musí být součet  $x$ -ových složek všech působících sil roven nule a stejně tak součet všech  $y$ -ových složek sil roven nule. Dále pak moment síly v každém místě musí být roven nule.

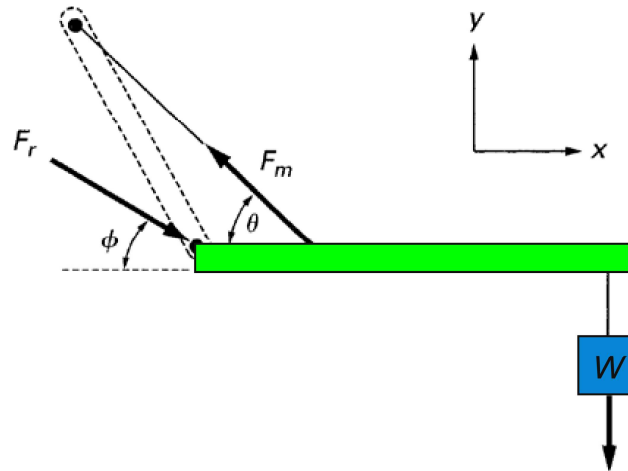
Podmínka na  $x$  - složky sil  $F_m$  a  $F_r$  :  $F_x = F_m \cos \theta = F_r \cos \phi$

Podmínka na  $y$  - složky sil  $F_m$  a  $F_r$  :  $F_y = F_m \sin \theta = W + F_r \sin \phi$

Podmínka na momenty působících sil vzhledem k lokti:

$$0,04 \cdot F_m \sin \theta = 0,4 \cdot W \rightarrow F_m \sin \theta = 10 \cdot W \rightarrow F_m = \frac{10 \cdot W}{0,954} = 10,5 \cdot W$$

# Loket-model.



Z trigonometrie vyplývá pro úhel  $\theta = 72,6^\circ$ .

Se zátěží 14,5 kg pak je síla  $F_m$  :

$$F_m = \frac{10 \cdot W}{\sin 72,6^\circ} = 10,5 \cdot W = 10,5 \cdot 14,5 = 1440 \text{ N}$$

Za předpokladu, že biceps má průměr 0,08 m a že sval je schopen vynaložit sílu 7 Ncm<sup>-2</sup> na každý čtvereční centimetr plochy svalu, pak je paže schopna udržet maximálně tíhu 334 N v klidové poloze .

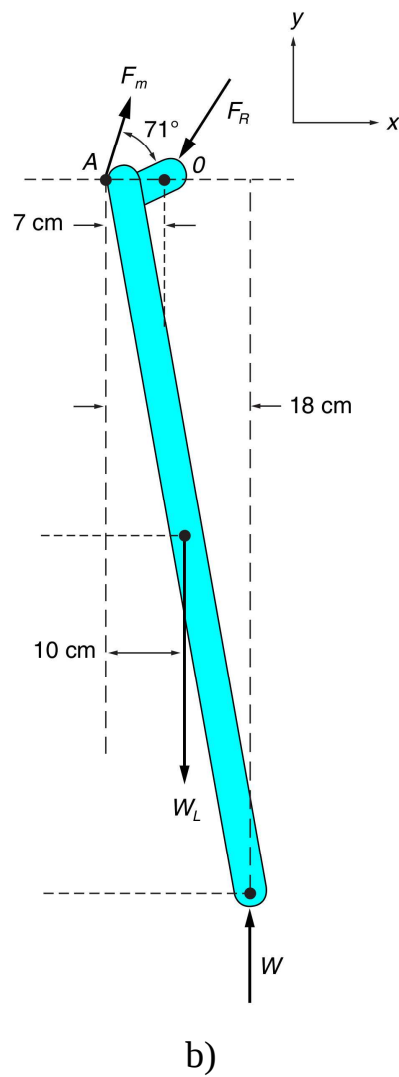
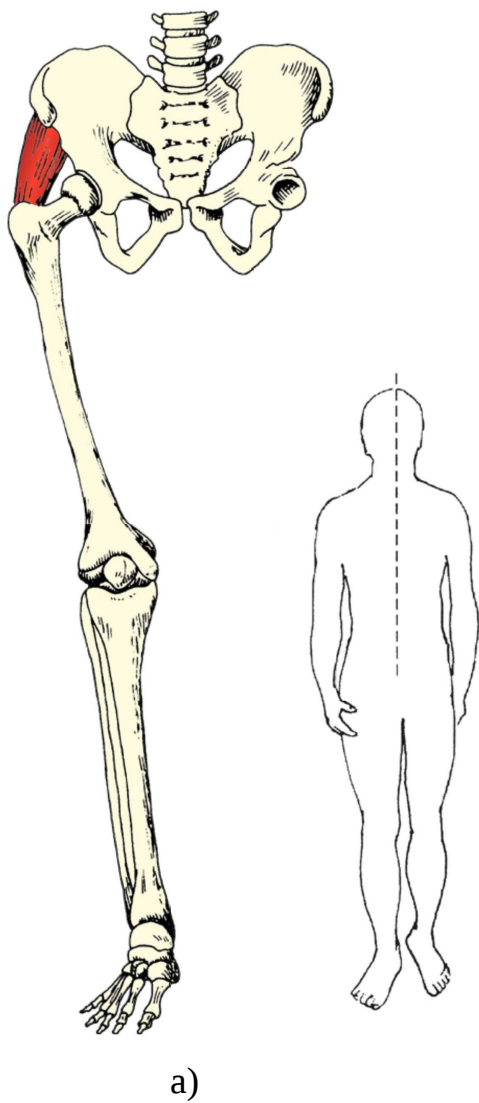
$$F_r \cos \phi = 1440 \cdot \cos 72,6^\circ = 430 \text{ N}$$

$$1440 \cdot \sin 72,6^\circ = 14 \cdot 9,8 + F_r \sin \phi \rightarrow F_r \sin \phi = 1240 \text{ N}$$

$$F_r^2 = 1,74 \cdot 10^6 \text{ N}^2 \rightarrow F_r = 1320 \text{ N}$$

$$\cos \phi = \frac{430}{1240} = 0,347 \rightarrow \phi = 69,71^\circ$$

# Kyčelní kloub-model.



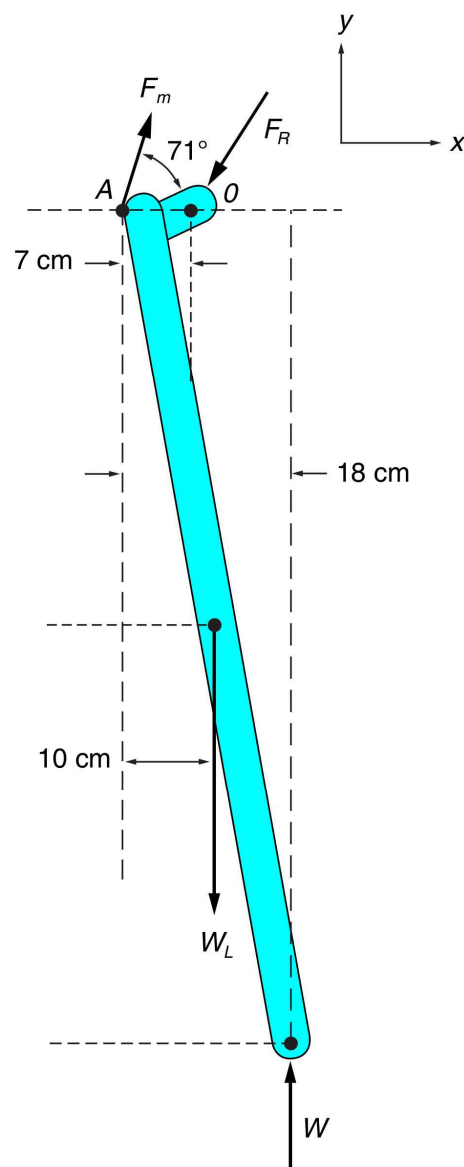
Součet  $x$  – ových složek sil = 0

Součet  $y$  – nových složek sil = 0

Součet momentů sil vzhledem k bodu A = 0

$$W_L = 0,185W$$

# Kyčelní kloub-model.



Součet  $x$  – ových složek sil:  $F_m \cos 71^\circ - F_R \cos \theta = 0$

Součet  $y$  – ových složek sil:  $F_m \sin 71^\circ + W - W_L - F_R \sin \theta = 0$

Součet momentů sil vzhledem k bodu A:

$$(F_R \sin \theta) \cdot 0,07 + W_L \cdot 0,1 - W \cdot 0,18 = 0$$

Z předpokladu:  $W_L = 0,185W$

vyplývá:

$$F_R \sin \theta = 2,31W$$

$$F_m = \frac{1,50 \cdot W}{\sin 71^\circ} = 1,59 \cdot W$$

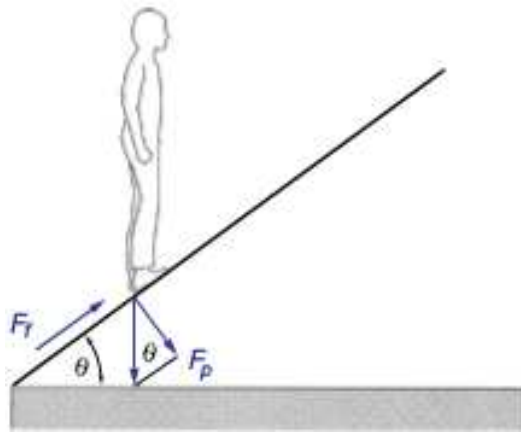
$$F_R \cos \theta = 1,59 \cdot W \cdot \cos 71^\circ = 0,52 \cdot W$$

$$\theta = \arctan 4,44 = 77,3^\circ$$

$$F_R = 2,37 \cdot W$$

# Stabilita na nakloněné rovině

Člověk tíhy  $W$  obutý v botách s koženou podrážkou stojí na dřevěné nakloněné rovině, materiál je dub. Určete maximální úhel naklonění roviny při němž se člověk udrží a nesklouzne. Koeficient statického tření kůže dub je 0,6, koeficient dynamického tření pro stejné povrchy je 0,5.



Velikost síly normálové k povrchu desky:  $F_n = W \cos \theta$

Statická třecí síla:

$$F_f = \mu F_n = \mu_s W \cos \theta = 0,6W \cos \theta$$

Síla  $F_p$  rovnoběžná s rovinou nakloněné roviny:

$$F_p = W \sin \theta$$

Člověk bude klouzat při splnění podmínky:  $F_p \geq F_f$

$$0,6W \cos \theta = W \sin \theta$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta = 0,6 \rightarrow \theta = 31^\circ$$

# Tření v kyčelním kloubu

Při chůzi člověka se jeho plná tíha  $W$  přenáší vždy na jednu nohu. Protože těžiště neleží přímo nad končetinami, je síla působící na kloub větší než samotná tíha člověka. V závislosti na rychlosti pohybu můžeme odhadnout, že síla působící na kyčelní kloub je asi 2,4 krat větší než tíha člověka. Při každém kroku se kloub vychyluje v úhlu 60 stupňů, zakřivení kloubního lůžka je asi 3 cm.

Třecí síla v kloubu:  $F_f = 2,4W\mu$

Práce vykonaná během kroku:  $A = \mu F_f d = 0,03 \cdot 2,4W\mu$

Není-li kloub dobře mazán, pak je koeficient tření přibližně 0,3, pak práce kterou vykoná třecí síla je:

$$A = \mu F_f d = 0,03 \cdot 2,4 \cdot W \cdot 0,3$$

Tato práce odpovídá zvednutí plné váhy člověka do výšky 2,16 cm. Všechna tato energie se disipuje v kloubu jako teplo a vede k jeho postupné destrukci.

Naopak v případě zdravého kloubu je koeficient tření přibližně 0,003, pak práce kterou vykoná třecí síla je:

$$A = \mu F_f d = 0,03 \cdot 2,4 \cdot W \cdot 0,003$$