

Cvičení_kmity a vlnění.

Příklad 1.

Těleso o hmotnosti $m = 680 \text{ g}$ je připojeno k pružině tuhosti $k = 65 \text{ Nm}^{-1}$. Těleso, pohybující se na hladké podložce, vychýlíme o $x = 11 \text{ cm}$ z rovnovážné polohy $x = 0$. V nové poloze je těleso v klidu. Poté jej v čase $t = 0$ uvolníme.

- (a) Jakou silou působí v okamžiku uvolnění pružina na těleso?
- (b) Jaká je úhlová frekvence, frekvence a perioda vzniklého kmitání?
- (c) Určete amplitudu výchylky.
- (d) Určete maximální rychlost kmitajícího tělesa.
- (e) Určete maximální zrychlení tělesa.
- (f) Jaká je fázová konstanta pohybu ϕ ?

Návod k řešení

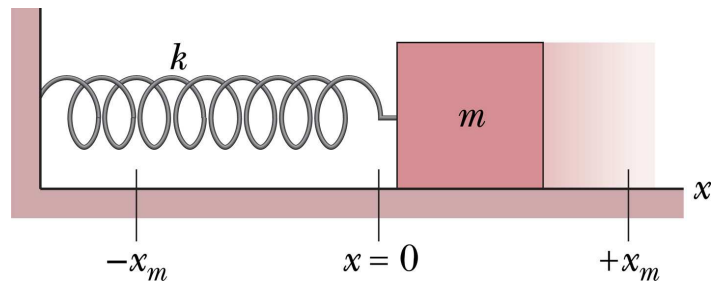
a) $F = -kx$ b) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad f = \frac{\omega}{2\pi}, \quad T = \frac{1}{f}$ d) $v_m = \omega x_n$

e) $a_m = \omega^2 x_n$ f) $x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)$

Příklad 2.

Máme harmonický oscilátor (pružina – kvádr hmotnosti m). V čase $t = 0$ je výchylka $x(0) = -8,5 \text{ cm}$, rychlost $v(0) = -0,92 \text{ ms}^{-1}$ a zrychlení $a(0) = +47,0 \text{ ms}^{-2}$.

- (a) Určete úhlovou frekvenci kmitání ω . (výsledek: $\omega = 23,5 \text{ rad s}^{-1}$)
(b) Určete fázovou konstantu φ a amplitudu x_m . (výsledek: $\varphi = 155^\circ$, $x_m = 0,094 \text{ m}$)



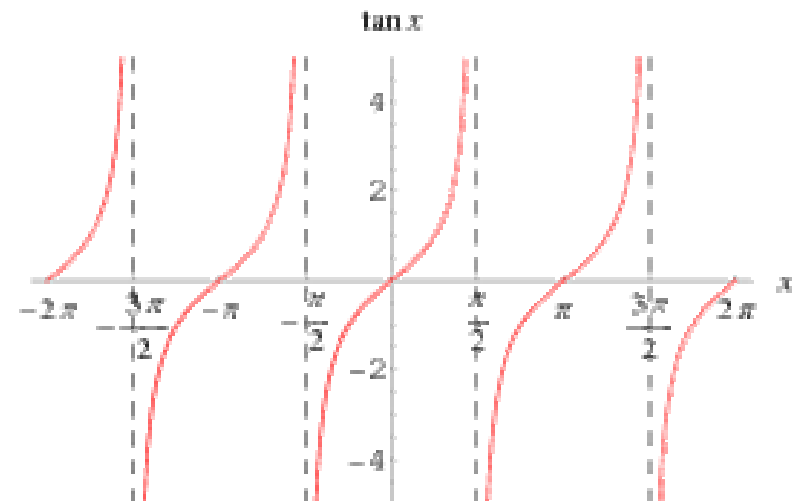
Návod k řešení

a) i b)

$$x(0) = x_m \cos \varphi,$$

$$v(0) = -\omega x_m \sin \varphi,$$

$$a(0) = -\omega^2 x_m \cos \varphi$$



Příklad 3.



K potlačení amplitudy kmitů vysokých budov se užívají různé tlumící systémy. Jeden je založen na principu systému sestávajícího z koule o velké hmotnosti upevněné na pružinovém závěsu. Amplituda kmitů budovy je tlumena kmity velmi hmotné koule, které jsou fázově posunuty vůči kmitům budovy.

Předpokládejme, že v budově je instalován kompenzační systém sestávající z koule o hmotnosti $m = 2,72 \times 10^5 \text{ kg}$ a pružin navržený tak, aby frekvence kmitů kompenzačního systému $f = 10 \text{ Hz}$ a amplituda $x_m = 20 \text{ cm}$.

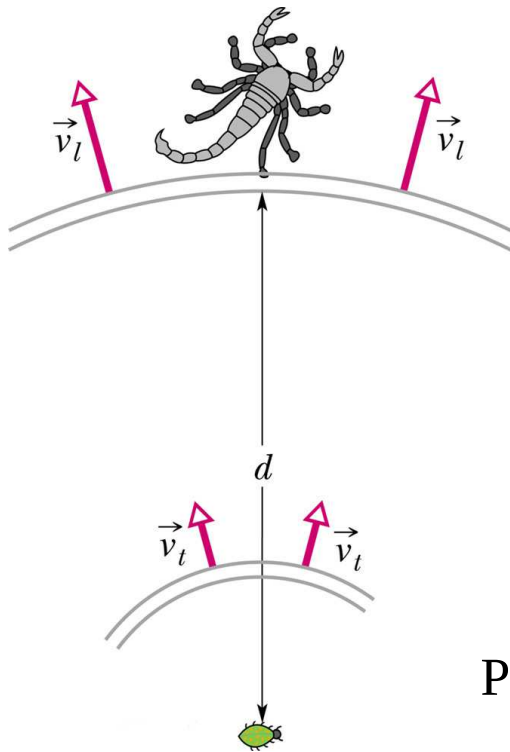
a) Jaká je celková mechanická energie E systému koule – pružina? (výsledek: $E = 2,1 \cdot 10^7 \text{ J}$)

b) Jaká je rychlost koule procházející rovnovážnou polohou? (výsledek: $v = 12,6 \text{ ms}^{-1}$)

Návod k řešení

a) a b) $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2, E_{pot} = \frac{1}{2}kx^2, \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, E_{celkova} = E_{kin} + E_{pot}$

Příklad 4.



Písečný škorpión dokáže ve svém blízkém okolí zachytit pohyb potenciální kořisti pomocí detekce příčného a podélného mechanického vlnění vznikajícího při pohybu hmyzu a šířícího se v povrchové vrstvě písku na vzdálenost několika decimetrů. Škorpión určí vzdálenost a polohu kořisti na základě rozdílu časů Δt zachycení obou vln.

Rychlost příčné vlny je $v_t = 50 \text{ m/s}$, rychlost podélného vlnění je $v_l = 150 \text{ m/s}$. Jaká je vzdálenost d brouka, je-li rozdíl časů registrace příčné a podélné vlny $\Delta t = 4.0 \text{ ms}$.

Řešení:

Pro vzdálenost d škorpióna a brouka platí $d = v_t t_t = v_l t_l$

Poměr okamžiků registrace podélné a příčné vlny $\frac{t_t}{t_l} = \frac{v_l}{v_t} = \frac{150 \text{ m/s}}{50 \text{ m/s}} = 3.0$

Čas registrace podélné vlny

$$\Delta t = t_t - t_l = 3.0 t_l - t_l = 2.0 t_l = 4.0 \times 10^{-3} \text{ s} \Rightarrow t_l = 2.0 \times 10^{-3} \text{ s}$$

Vzdálenost brouka a škorpióna

$$d = v_l t_l = (150 \text{ m/s})(2.0 \times 10^{-3} \text{ s}) = 0.30 \text{ m} = 30 \text{ cm}$$

Příklad 5.

Hladina intenzity zvuku ve vzdálenosti 100 m od zdroje hluku je 70 dB. Jaká je intenzita zvuku v tomto místě?

Řešení:

$$\beta = (10\text{dB}) \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow I = I_0 \cdot 10^{\frac{L(\text{dB})}{10}} \quad I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

$$I = 10^{-12} \cdot 10^{\frac{70}{10}} \text{ W/m}^2 = 10^{-5} \text{ W/m}^2$$



Příklad 6.

Hladina intenzity zvuku ve vzdálenosti 100 m od zdroje hluku je 70 dB. Jaká bude hladina intenzity ve vzdálenosti 200 m od zdroje? Jaká je hladina intenzity 1m od zdroje?

Řešení:

$$\beta = (10\text{dB}) \log \frac{I}{I_0} \qquad I = \frac{P}{4\pi r^2} \rightarrow I_{r_2} = I_{r_1} \left(\frac{r_1^2}{r_2^2} \right)$$

Vzdálenost 200m:

$$I_{200} = I_{100} / 4$$
$$\beta_{200} = 10 \log \frac{I_{100}}{4I_0} = 10 \log \frac{I_{100}}{I_0} + 10 \log \frac{1}{4} = 70 \text{ dB} - 6,02 \text{ dB} = \mathbf{64 \text{ dB}}$$

Vzdálenost 1m:

$$I_1 = I_{100} \cdot 100^2$$
$$\beta_1 = 10 \log \frac{I_{100} \cdot 100^2}{I_0} = 10 \log \frac{I_{100}}{I_0} + 10 \log 10^4 =$$
$$= 70 \text{ dB} + 40 \text{ dB} = \mathbf{110 \text{ dB}}$$

Příklad 7.

Řada hudebníků rockových kapel trpí akutním poškozením sluchu. Aby tomuto poškození předešly, používají někteří sluchátka, která sníží intenzitu zvuku na přijatelnou úroveň. Sníží-li sluchátka intenzitu o 20dB, jaký je poměr intenzity I_i před a za sluchátky I_f .

$$\beta_i = 10dB \log \frac{I_i}{I_0} \quad \beta_f = 10dB \log \frac{I_f}{I_0}$$

$$\beta_f - \beta_i = (10dB) \left(\log \frac{I_f}{I_0} - \log \frac{I_i}{I_0} \right) \rightarrow \beta_f - \beta_i = (10dB) \log \frac{I_f}{I_i}$$

$$\log \frac{I_f}{I_i} = \frac{\beta_f - \beta_i}{10dB} = \frac{-20dB}{10dB} = -2,0 \rightarrow \frac{I_f}{I_i} = \log^{-1}(-2,0) = 0,01$$

Sluchátka sníží intenzitu zvuku 100 krát.

$$\log \frac{a}{b} - \log \frac{c}{d} = \log \frac{ad}{bc}$$