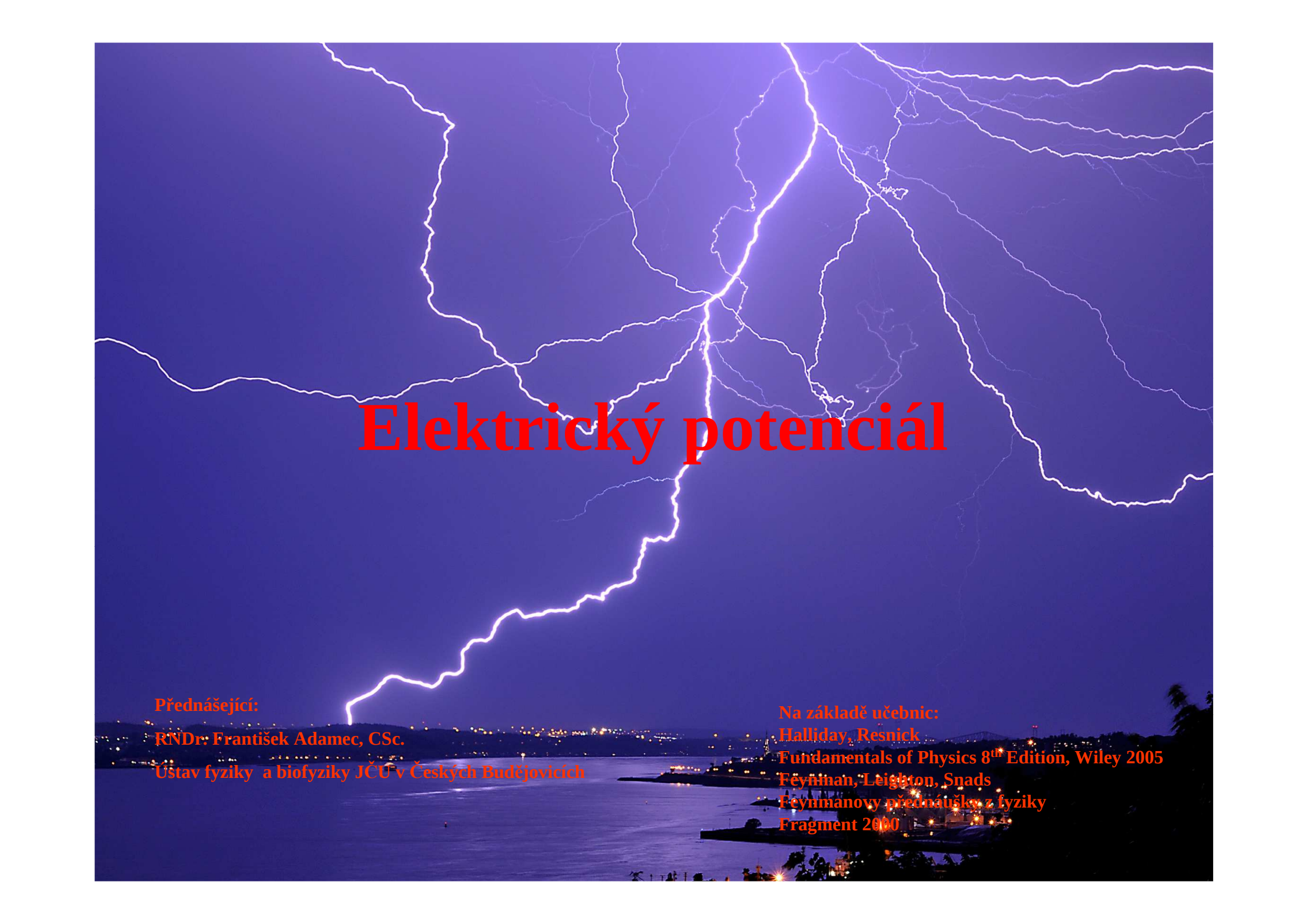




Elektrický potenciál

Přednášející:

RNDr. František Adamec, CSc.

Ústav fyziky a biofyziky JČU v Českých Budějovicích

Na základě učebnic:

Halliday, Resnick

Fundamentals of Physics 8th Edition, Wiley 2005

Feynman, Leighton, Sands

Feynmanovy přednášky z fyziky

Fragment 2000

Potenciální energie náboje v elektrickém poli I.

Elektrické náboje rozložené v prostoru na sebe v závislosti na jejich náboji působí přitažlivou nebo odpudivou silou. Systému několika nábojů rozložených v prostoru lze přiřadit potenciální energii spojenou s jejich vzájemnou polohou U . Změna polohy libovolného náboje v soustavě nábojů změní potenciální energii soustavy z U_i na U_f . Změna **potenciální energie** ΔU je spojena s prací W , kterou je třeba vykonat na přenesení náboje v elektrostatickém poli ostatních nábojů:

$$W = -(U_f - U_i) = -\Delta U$$

Potenciální energii náboje v určitém místě elektrického pole (stejně jako v případě gravitace) vztahujeme k nějaké referenční hodnotě. Obvykle jako výchozí referenční konfiguraci soustavy nábojů volíme soustavu, kde jsou všechny náboje vzájemně **nekonečně vzdáleny**. **Potenciální energii takové referenční soustavy klademe rovnu nule.**

Naopak přeneseme-li náboje do konečné vzdálenosti tak, aby náboje na sebe vzájemně silově působily. Pak potenciální energie systému nábojů nekonečně vzdálených $U_i = 0$, naopak potenciální energie soustavy nábojů navzájem na sebe silově působících (leží v konečných vzdálenostech) $U_f \neq 0$. Výsledná potenciální energie systému nábojů rozložených v konečné vzdálenosti pak je rovna

$$U = -W_\infty$$

Elektrický potenciál.

Potenciální energie nabité částice v elektrickém poli závisí na velikosti náboje částice. Proto je užitečné, zavést veličinu, která je na velikosti náboje nezávislá, tedy vztáhnout potenciální energii na jednotkový náboj. Tato veličina je pak charakteristická pouze pro elektrické pole a není závislá na velikosti náboje do pole vloženého. Potenciální energii jednotkového náboje v libovolném místě v elektrickém poli nazýváme **elektrický potenciál** V :

$$V = \frac{U}{q}$$

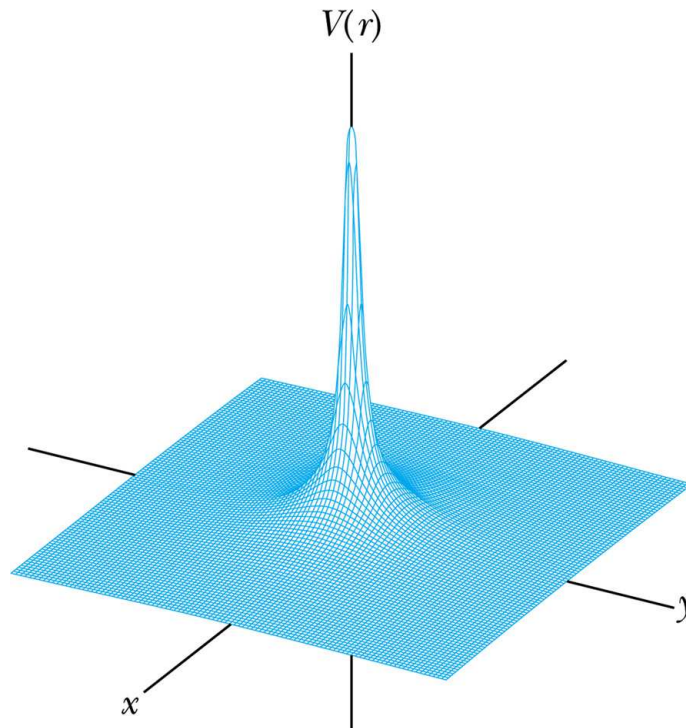
Elektrický potenciál je skalární veličina. Jednotkou elektrického potenciálu je **1 Volt**, [1V]. $1 \text{ Volt} = 1 \text{ JC}^{-1}$. Rozdíl potenciálů ΔV mezi místy i a f je roven:

$$\Delta V = V_f - V_i = \frac{U_f}{q} - \frac{U_i}{q} = \frac{\Delta U}{q} \rightarrow = -\frac{W}{q}$$

Jelikož klademe potenciál referenčního systému nábojů v nekonečnu $U_i = 0$, pak definujeme potenciál elektrického pole:

$$V = -\frac{W_{\infty}}{q}$$

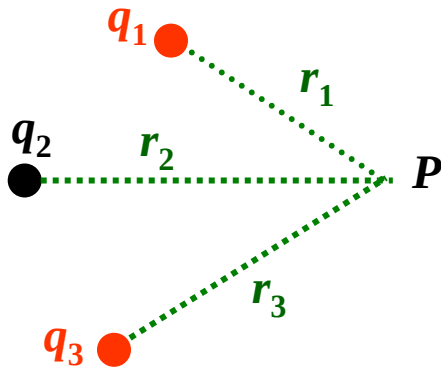
Potenciál elektrického pole bodového náboje.



Trojrozměrné zobrazení průběhu elektrického potenciálu kladného bodového náboje. Platí, že pro hodnoty $r \rightarrow 0$ se hodnota potenciálu V blíží k nekonečnu, $V \rightarrow \infty$. Potenciál v okolí $r = 0$ nabývá konečných hodnot a proto, na obrázku není hodnota potenciálu nekonečná. Potenciál bodového náboje je dán rovnicí:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

Potenciál elektrického pole více bodových nábojů.



Z platnosti principu superpozice pro elektrické pole lze snadno určit elektrický potenciál pole vytvořeného větším počtem nábojů. Elektrické potenciály polí vytvářených jednotlivými bodovými náboji q_1 , q_2 a q_3 jsou:

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1}, \quad V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_2}, \quad V_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_3}{r_3}$$

Z principu superpozice $V = V_1 + V_2 + V_3$ pro potenciál elektrického pole tří bodových nábojů dostaneme vztah:

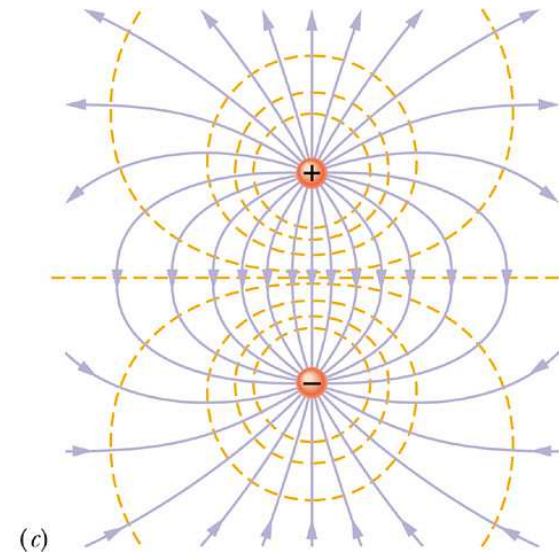
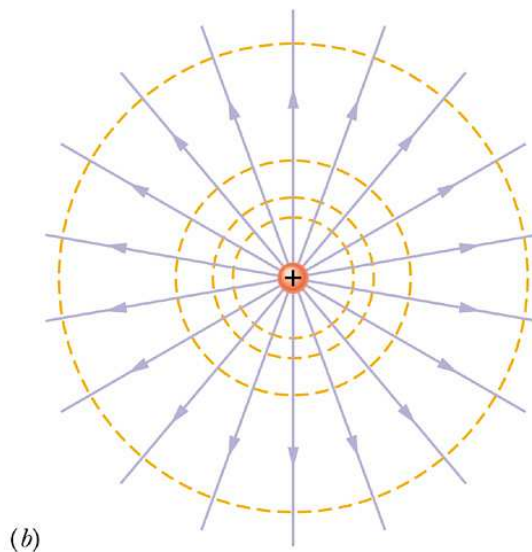
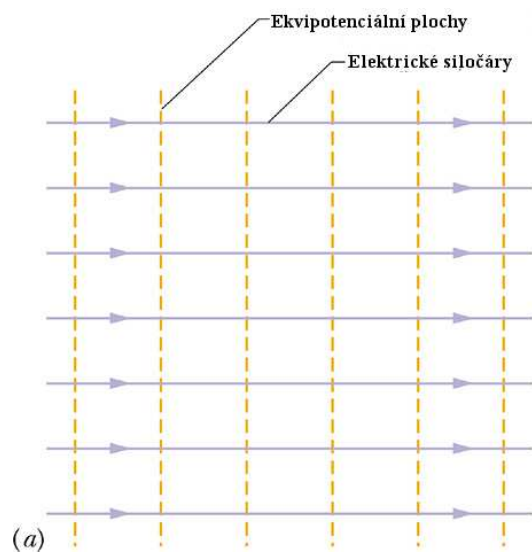
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_3}{r_3}$$

Zobecněním vztahu pro potenciál elektrického pole $n = 1, 2, \dots$ nábojů je vztah:

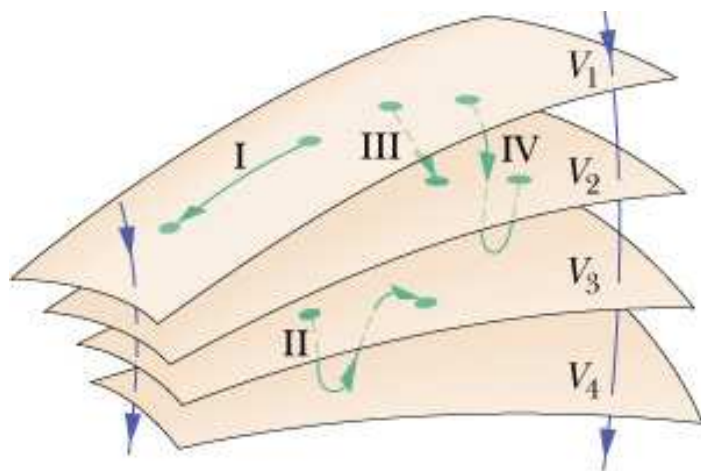
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_2} + \dots + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_n}{r_n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}$$

Ekvipotenciální plochy.

Místa o stejném elektrickém potenciálu tvoří plochu. Tyto plochy stejného potenciálu nazýváme **ekvipotenciální plochy**. Vektor intenzity elektrického pole **E** je kolmý k ekvipotenciální ploše.



Ekvipotenciální plochy a práce.



Práce vykonaná elektrickým polem intenzity $\mathbf{E}$ při přesunu náboje q mezi dvěma místy s potenciálním rozdílem ΔV je dána vztahem:

$$W = -q\Delta V$$

Práce vykonaná při přenášení náboje pro různé dráhy.

Dráha I.: $\Delta V = 0 \rightarrow W_I = 0$

Dráha II.: $\Delta V = 0 \rightarrow W_{II} = 0$

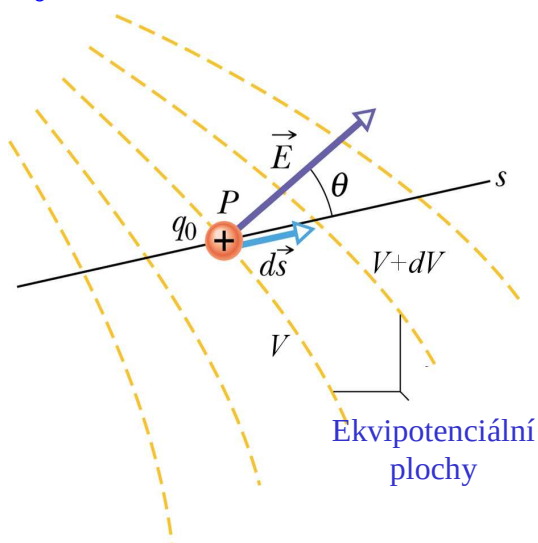
Dráha III.: $q(V_2 - V_1) \rightarrow W_{III} = 0$

Dráha IV.: $q(V_2 - V_1) \rightarrow W_{IV} = 0$

Práce vykonaná elektrickým polem je rovna nule, leží-li výchozí a konečná poloha náboje na stejné ekvipotenciální ploše, dráhy I. a II..

Souvislost intenzity a potenciálu elektrického pole.

Ze znalosti potenciálu elektrického pole V lze snadno vypočítat intenzitu elektrického pole $\mathbf{E}$. Vezměme testovací náboj q_0 , tento náboj je působením síly elektrického pole přemístěn na vzdálenost ds . Rozdíl elektrických potenciálů míst mezi nimiž se náboj q_0 přemístil je dV .

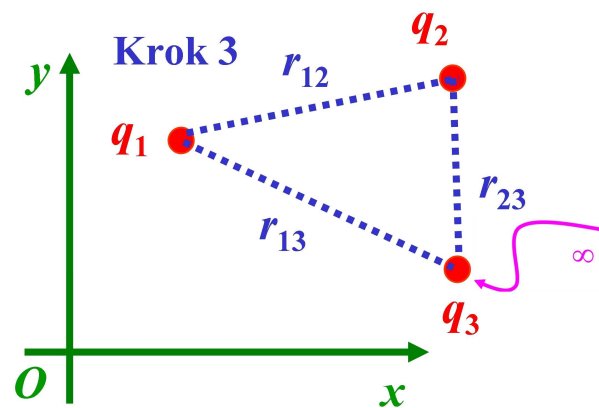
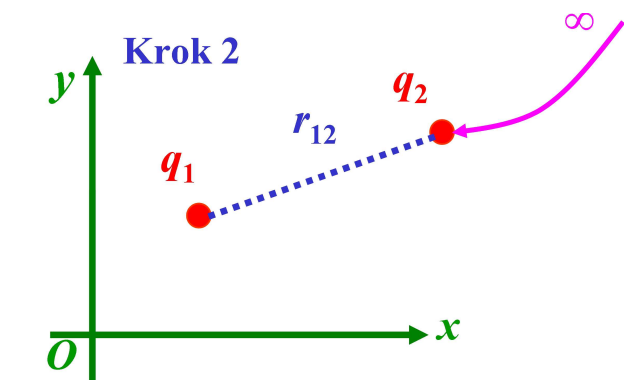
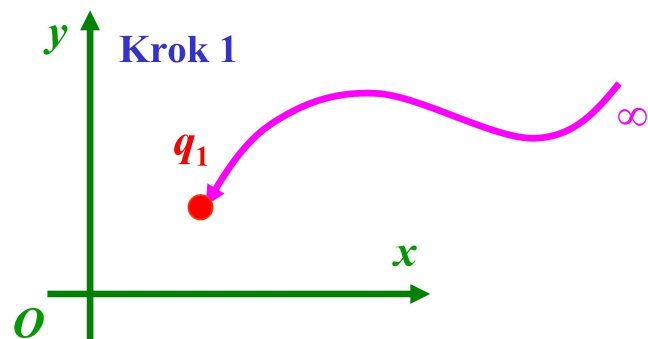


Práce vykonaná elektrickým polem při přemístění testovacího náboje q_0 mezi místy o potenciálovém rozdílu dV je rovna $-q_0 dV$. Tuto práci lze ale též vyjádřit z definice práce: $q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s} = q_0 E ds \cos \theta$. Z porovnání obou vyjádření práce vyplývá:

$$-q_0 dV = q_0 E ds \cos \theta \rightarrow E \cos \theta = -\frac{dV}{ds} \rightarrow E_s = -\frac{dV}{ds}$$

$E \cos \theta$ je složka vektoru elektrické intenzity ve směru vektoru posunutí.

Interakční energie systému bodových nábojů.



Interakční energii bodových nábojů definujeme jako práci, kterou je třeba vynaložit k vytvoření soustavy bodových nábojů postupným přidáváním nábojů k soustavě přesunem z nekonečna do místa soustavy nábojů.

Krok 1: Náboj q_1 je přenesen z ∞ do místa 1.
Práce $W_1 = 0$

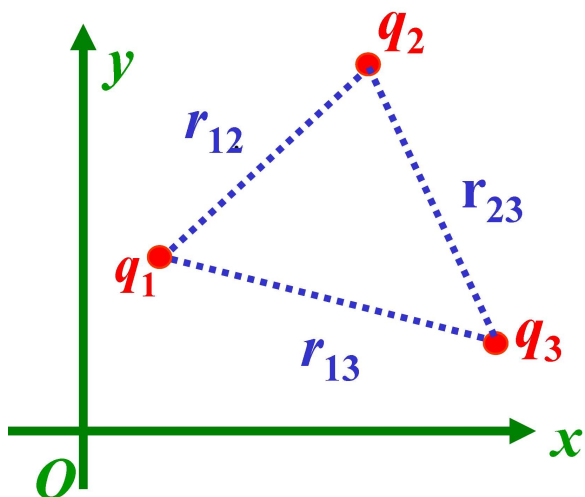
Krok 2: Náboj q_2 je přenesen z ∞ do místa 2.
Práce $W_2 = q_2 V(2)$

$$V(2) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} \rightarrow W_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

Krok 3: Náboj q_3 je přenesen z ∞ do místa 3.
Práce $W_3 = q_3 V(3)$

$$V(3) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_{13}} + \frac{q_2}{r_{23}} \right) \rightarrow W_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right)$$

Interakční energie systému bodových nábojů.



Celková práce vynaložená ke vzniku soustavy tří bodových nábojů je dána součtem jednotlivých prací:

$$W = W_1 + W_2 + W_3$$

Interakční energie systému tří bodových nábojů je dána vztahem:

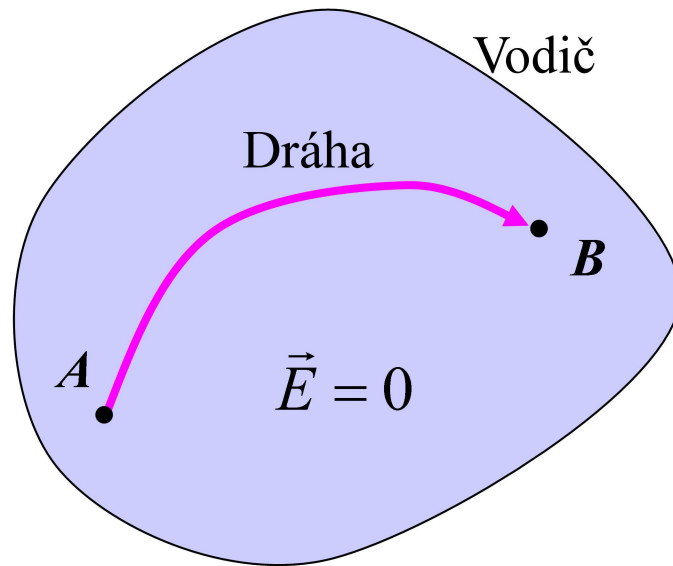
$$U = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} + \frac{q_2 q_3}{4\pi\epsilon_0 r_{23}} + \frac{q_1 q_3}{4\pi\epsilon_0 r_{13}}$$

Zobecnění pro libovolné množství nábojů:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^n \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

Zde r_{ij} je vzdálenost mezi náboji q_i a q_j , sumace přes i a j provádíme za předpokladu $i < j$, z důvodu vyloučení stejných členů dvakrát.

Potenciál izolovaného vodiče.



Tvrzení:

Izolovaná vodivá plocha je ekvipotenciální plochou.

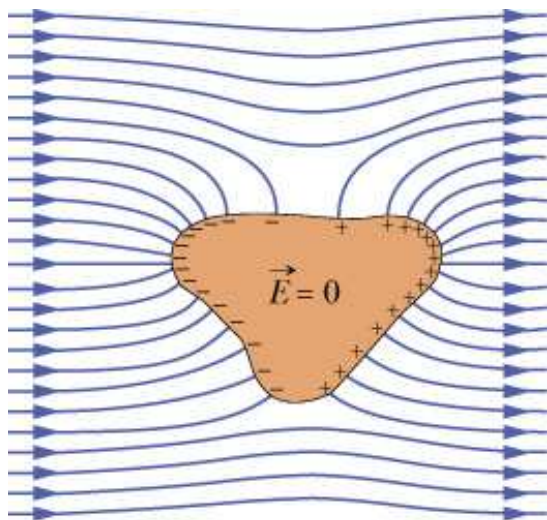
Uvažme dva body A a B uvnitř nebo na povrchu vodivé plochy. Rozdíl potenciálů $V_B - V_A$ mezi těmito body je dán rovnicí:

$$-(V_B - V_A) = \vec{E} \cdot \vec{ds} = dW$$

Ze zákonů elektrostatiky vyplývá, že v rovnovážném stavu nemohou uvnitř vodiče existovat makroskopické náboje. To znamená, že intenzita elektrostatické pole $\mathbf{E}$ uvnitř vodiče je nulové a tedy, pravá strana rovnice je rovna nule tudíž $V_B = V_A$. Stejně tvrzení platí i pro body na povrchu vodiče. Izolovaná vodivá plocha je tedy ekvipotenciální plochou.

Izolovaný vodič ve vnějším elektrickém poli.

Povrch vodiče je ekvipotenciální plochou, dále platí, že siločáry elektrického pole a tedy i vektor intenzity elektrického pole jsou kolmé k ekvipotenciální ploše.



Z těchto tvrzení vyplývá, že vektor intenzity elektrického pole je kolmý k povrchu vodiče. Všechny náboje se rozmístí na povrchu vodiče a uspořádají se tak, aby výsledné elektrické pole uvnitř vodiče $E_{\text{in}} = 0$.

Vně vodiče je pak elektrické pole dáno rovnicí:

$$E_{\text{out}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

