



Elektrický obvod.

Přednášející:

RNDr. František Adamec, CSc.

Ústav fyziky a biofyziky JČU v Českých Budějovicích

Na základě učebnic:

Halliday, Resnick

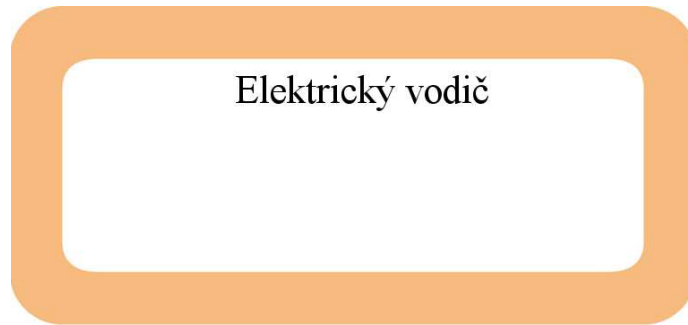
Fundamentals of Physics, 8th Edition, Wiley 2005

Feynman, Leighton, Sands

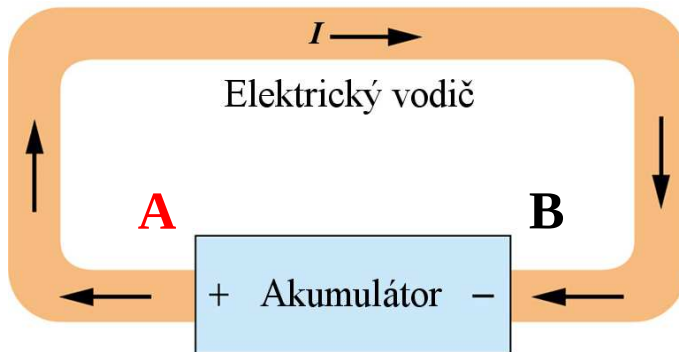
Feynmanovy přednášky z fyziky

Fragment 2000

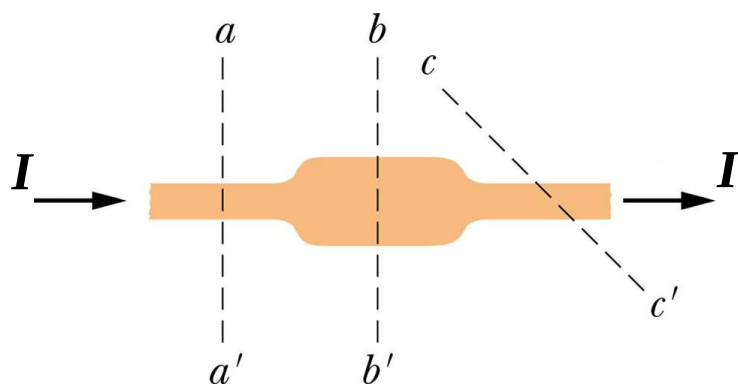
Elektrický proud.



V elektrickém vodiči mají všechna místa stejný potenciál, a to jak uvnitř tak na povrchu. Volné elektrony se pohybují náhodně v celém objemu vodiče. Žadný ze směrů pohybu není preferován.



Rozpojme elektrický vodič a konce vodiče **A** a **B** připojme k akumulátoru. Mezi konci vodiče nyní bude potenciálový rozdíl – napětí- $\Delta V_{AB} = V_A - V_B$. Důsledkem vzniku potenciálového rozdílu mezi konci vodiče **A** a **B** je usměrnění pohybu volných elektronů jedním směrem. Pohyb nabitých částic v určitém preferovaném směru nazýváme **elektrický proud I** .



Průměrný elektrický proud I definujeme jako poměr množství náboje ΔQ prošlého daným průřezem (aa' , bb' , cc') za jednotku času Δt :

$$I_{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Limita $I(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}$ je pak okamžitým elektrickým proudem - elektrickým

proudem. Elektrický proud má význam rychlosti s níž se elektrický náboj pohybuje vodičem. Elektrický proud je skalární veličina.

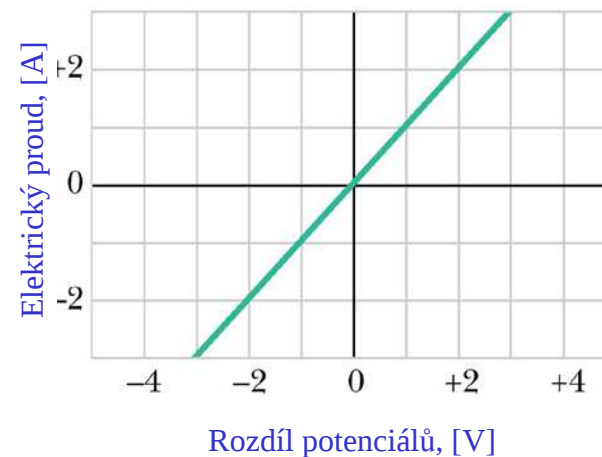
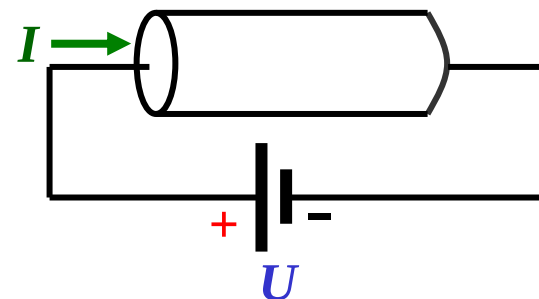
Jednotkou elektrického proudu I v soustavě jednotek Si je 1 Ampér, $1A = 1Cs^{-1}$. Směr elektrického proudu v pevném vodiči je určen dohodou od $+$ $\rightarrow$ $-$. Nositele náboje ve vodičích – elektrony - se však pohybují opačným směrem.

Elektrický proud proměnný v čase nazýváme nestacionární elektrický proud. Proud jehož velikost se v čase nemění je pak proudem stacionárním.

Ohmův zákon.

Příčinami vzniku elektrického proudu jsou síly působící na nositele elektrického náboje. Tyto síly mohou mít podstatu elektrickou a neelektrickou. Základní elektrickou příčinou vzniku elektrického proudu je silové působení pole elektrických nábojů. Spojení dvou míst o různém elektrickém potenciálu homogenním vodičem vede ke vzniku elektrického proudu. Studium závislosti velikosti elektrického proudu I na potenciálovém rozdílu U se zabývá Georg Simon Ohm. Zjistil, že velikost procházejícího proudu je přímo úměrná rozdílu potenciálu míst spojených homogenním vodičem:

$$I \approx U = V_1 - V_2$$



Mezi elektrickými potenciály platí $V_1 > V_2$; tedy elektrický proud je přímo úměrný spádu potenciálu - potenciálovému rozdílu $V_1 - V_2$. Konstantou úměrnosti je veličina, která charakterizuje daný vodič z hlediska jeho ochoty vést elektrický proud, označujeme ji **elektrická vodivost** G . Převrácenou hodnotou elektrické vodivosti je **elektrický odpor** R , SI jednotkou elektrického odporu je **1 Ohm**, $1\Omega = 1\text{VA}^{-1}$. Ohmův zákon zapisujeme:

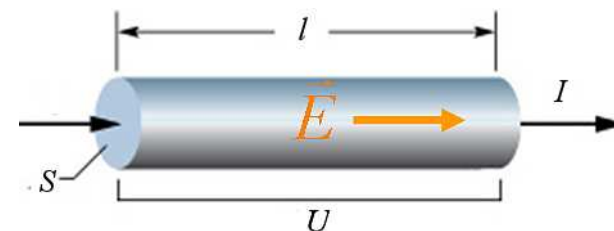
$$I = \frac{U}{R}$$

$$G = \frac{1}{R}$$

SI jednotkou elektrické vodivosti je **1 Siemens**, $1\text{ S} = 1\Omega^{-1}$.

Velikost elektrického odporu vodiče závisí nejen na materiálu vodiče, teplotě, ale též na jeho délce Δl a průřezu ΔS vztahem:

$$R = \rho \frac{\Delta l}{\Delta S}$$



Veličina ρ charakterizuje materiál vodiče, nazýváme ji **měrný odpor**. Jednotka měrného odporu je **1Ωm**. Převrácená hodnota měrného odporu je **měrná vodivost**, jednotkou $1(\Omega\text{m})^{-1}$:

$$\gamma = \frac{1}{\rho}$$

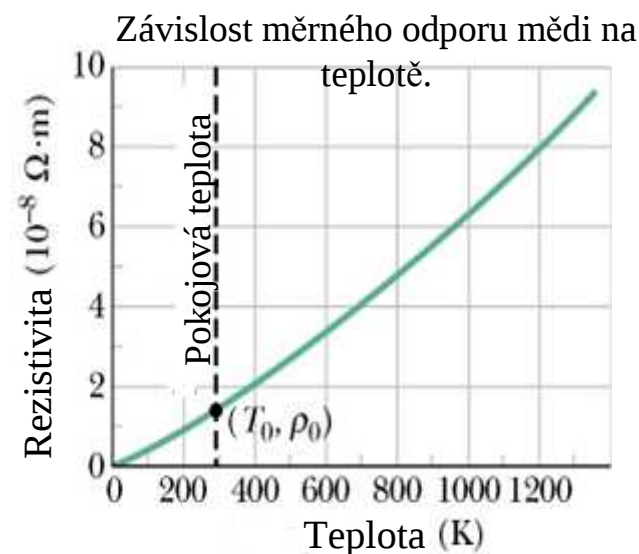
Teplotní závislost měrného odporu (odporu).

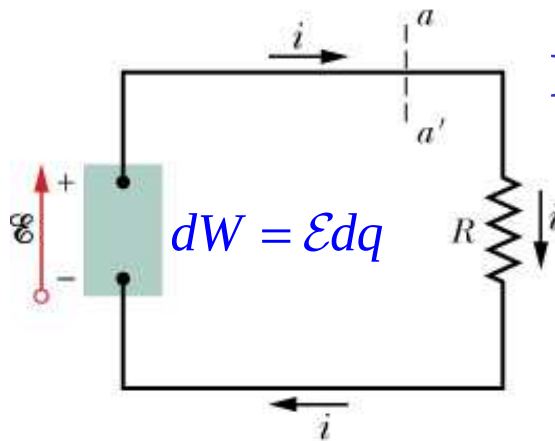
Teplotní závislost odporu (měrného odporu) vodičů splňujících Ohmův zákon lze popsat empiricky zjištěným vztahem:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha\Delta T), \Delta T = (T - T_0)$$

$$R = R_0(1 + \alpha\Delta T), \Delta T = (T - T_0)$$

Konstanta α , je teplotní součinitel odporu, teplota T_0 je referenční teplota, například 273 K, ρ_0 , je počáteční hodnota měrného odporu při T_0 . V případě měrného odporu mědi je při teplotě T_0 , $\rho_0 = 1,69 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$.



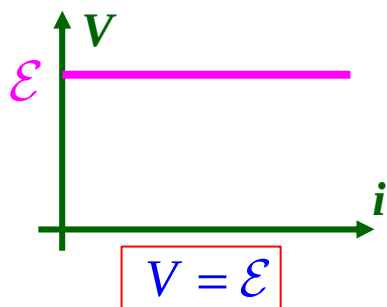


Elektromotorického napětí.

Elektrický obvod obvykle obsahuje, vodiče, aktivní a pasivní prvky, zdroje elektromotorického napětí.

Elektromotorická síla (emf – electromotive force) je síla která koná práci při přemístění jednotkového náboje mezi dvěma místy elektrického obvodu o různém potenciálu. Zdrojem elektromotorické síly je zdroj elektromotorického napětí.

Ideální zdroj emf.

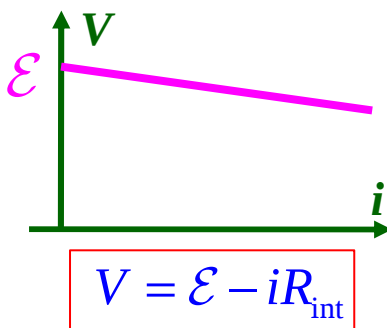


Ideálním zdroj elektromotorické síly.

Potenciálový rozdíl V mezi jeho svorkami (na obrázku a a b) nezávisí na elektrickém proudu, který zdrojem protéká . Platí tedy: .

$$V = \mathcal{E}$$

Skutečný zdroj emf.



Reálný zdroj elektromotorické síly.

Potenciálový rozdíl V mezi jeho svorkami (na obrázku a a b) klesá s procházejícím elektrickým, podle vztahu:

$$V = \mathcal{E} - iR_{int}$$

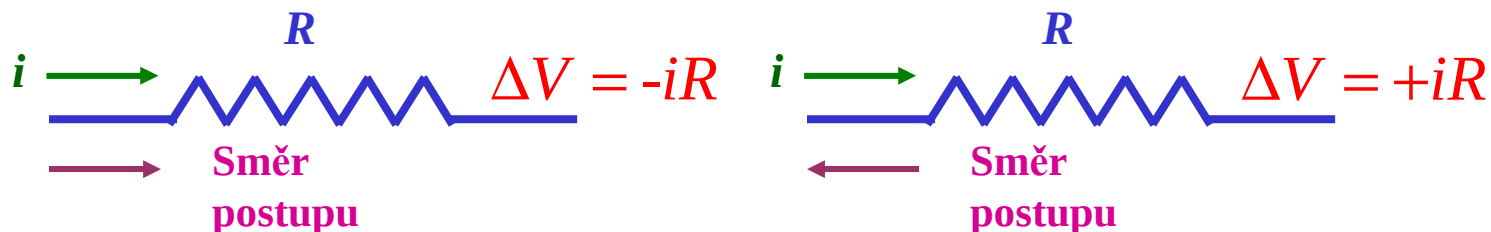
R_{int} je vnitřní odpor zdroje elektromotorického napětí.

Znaménková konvence.

Při výpočtech je třeba vzít vždy v úvahu směr ve kterém se v obvodu pohybujeme a podle toho přiřadit hodnotám proudu i a napětí $\rightarrow$ správná algebraická znaménka.

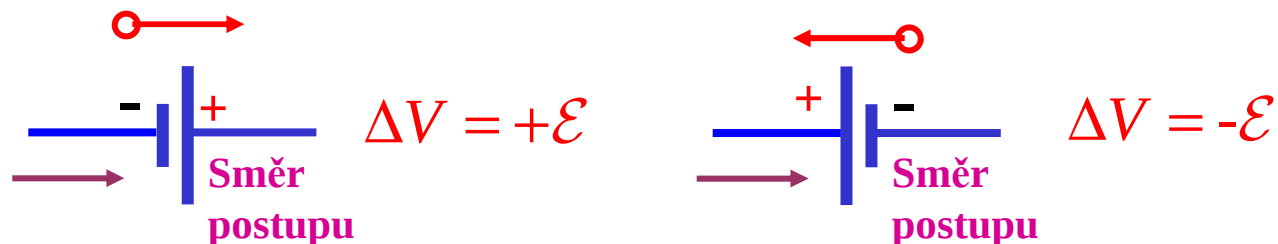
Pravidlo 1.

Pohybujeme-li se ve orientaci protékajícího elektrického proudu, pak je změna potenciálu na odporu $(-iR)$ a naopak při opačné orientaci $(+iR)$.



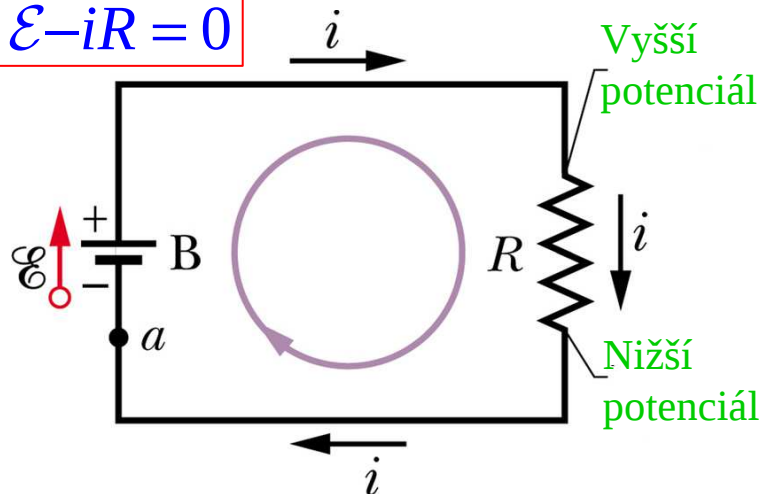
Pravidlo 2.

Potenciálový rozdíl zdroje emf počítáme s kladným znaménkem, postupujeme-li skrze zdroj ve směru $(-) \rightarrow (+)$ to je ve směru emf šipky, při opačném postupu počítáme potenciálový rozdíl se znaménkem $-$.



Proud v jednoduchém elektrickém obvodu.

$$\mathcal{E} - iR = 0$$



Předpokládáme, že zdroj **emf** je ideální a vodiče mají zanedbatelný elektrický odpor. Protékající elektrický proud **i** je orientován ve směru chodu hodinových ručiček.

Z rovnice $P = Ri^2$ vyplývá, že za časový interval dt se určitá část energie daná vztahem $P = Ri^2 dt$ změní průchodem elektrickým odporem na teplo (disipuje na teplo).

Za ten samý časový interval dt proteče baterií elektrický náboj $dq = idt$. Baterie vynaloží na přenesení tohoto náboje práci:

$$dW = \mathcal{E} dq = \mathcal{E} i dt$$

Za zákona zachování energie vyplývá, že tato práce se musí rovnat energii disipované na odporu:

$$\mathcal{E} i dt = Ri^2 dt \rightarrow \mathcal{E} = Ri \rightarrow \mathcal{E} - iR = 0$$

Elektrický proud protékající obvodem je pak roven: $i = \mathcal{E}/R$

Výkon elektrického proudu.

Přenesením náboje q elektrickým obvodem mezi svorkami zdroje o svorkovém napětí U vykonají síly elektrického pole práci $W = qU$. Je-li proud v obvodu konstantní, platí $q = It$ lze psát $W = UIt$. Má-li vnější část obvodu odpor R , platí $U = RI$ pak pro práci platí:

$$W = RI^2t$$

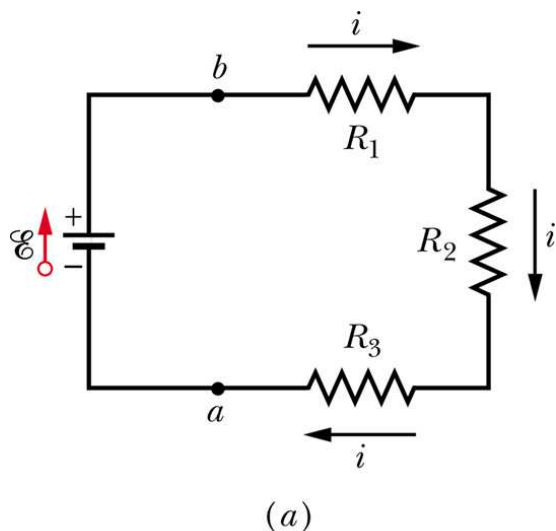
Výkon konstantního elektrického proudu je roven:

$$P = \frac{W}{t} = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$

Změny vnitřní energie vodičů způsobené průchodem proudu vedou ke zvýšení jejich teploty a k tepelné výměně mezi vodičem a okolím. Takto přenesená energie teplo se nazývá **Joulovo teplo** Q . Pokud nedochází zároveň k jiným přeměnám elektrické energie, je Joulovo teplo rovno elektrické práci.

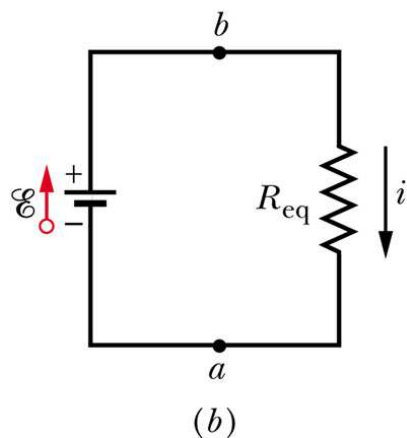
$$Q_{teplo} = W = \frac{U^2}{R}t$$

Sériové zapojení rezistorů.



Jsou-li odpory v obvodu zapojeny v sérii (za sebou), pak všemi odpory protéká stejný elektrický proud. Součet všech úbytků napětí na zapojených odporech se musí rovnat potenciálovému rozdílu mezi svorkami *a-b* :

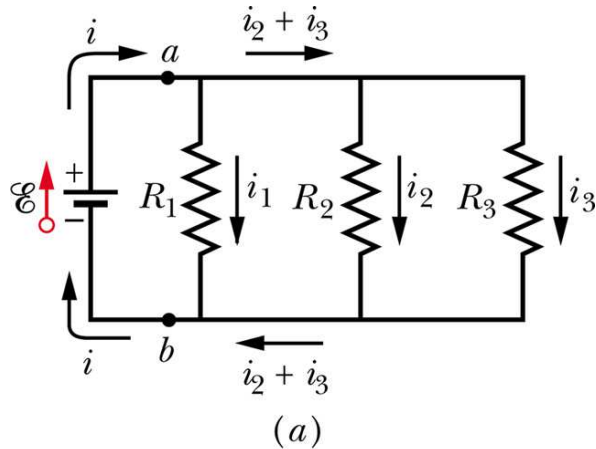
$$\mathcal{E} - iR_1 - iR_2 - iR_3 = 0 \rightarrow i = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + R_3}$$



Odpory zapojené v sérii můžeme nahradit odporem ekvivalentním R_{eq} o velikosti rovné součtu všech odporů zapojených za sebou:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{l=1}^n R_l$$

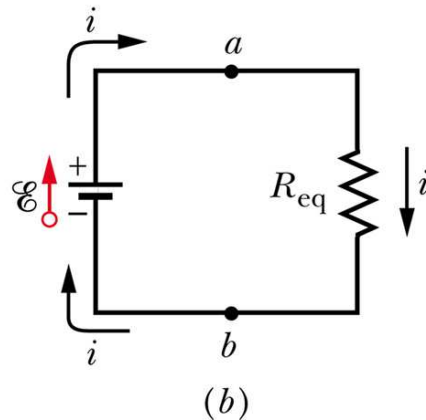
Paralelní zapojení rezistorů.



Jsou-li odpory v obvodu zapojeny paralelně (vedle sebe), pak na všech odporech je stejný potenciálový rozdíl, každým z odporů však protéká elektrický proud jehož velikost je závislá na velikosti odporu. Součet všech proudů v jednotlivých větvích zapojení musí být roven proudu naměřenému na svorkách zdroje:

$$i = i_1 + i_2 + i_3, \quad i_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1}, \quad i_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2}, \quad i_3 = \frac{\mathcal{E}}{R_3} \rightarrow$$

$$i = \mathcal{E} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

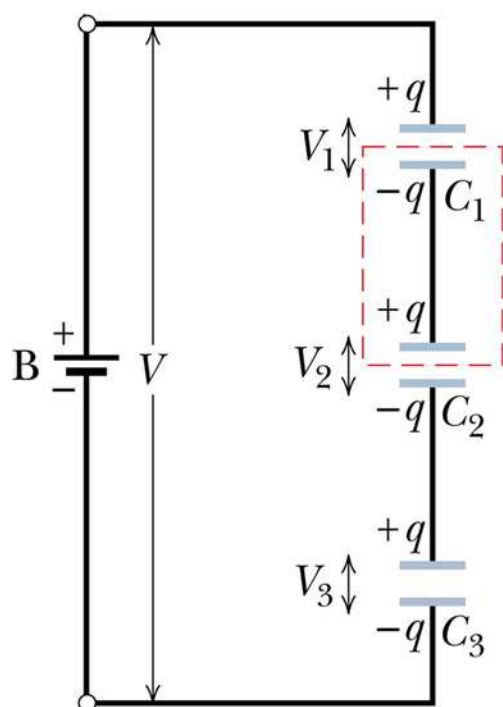


Všechny paralelně zapojené odpory můžeme nahradit jedním ekvivalentním odporem o velikosti dané vztahem:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Sériové zapojení kondensátorů.



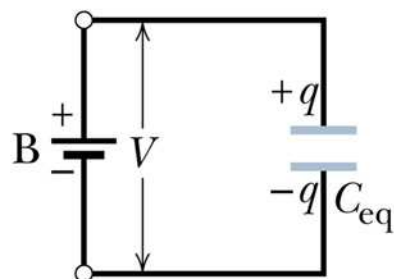
Sériově zapojené kondensátory připojené na zdroj mezi jehož svorkami je potenciálový rozdíl V nesou stejně velký náboj q . Na jednotlivých kondensátorech je však různý potenciál. Součet těchto potenciálů se musí rovnat napětí zdroje.

$$V_1 = \frac{q}{C_1}, \quad V_2 = \frac{q}{C_2}, \quad V_3 = \frac{q}{C_3}$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

Kapacita ekvivalentního kondensátoru C_{eq} :

$$C_{eq} = \frac{q}{V} = \frac{1}{\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)} \rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

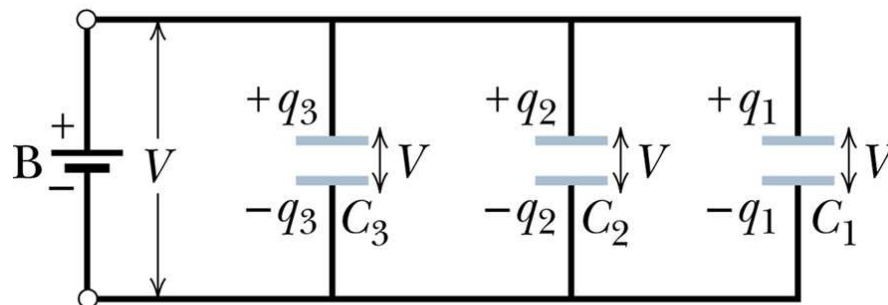


Zobecnění pro n kondensátorů:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

Paralelní zapojení kondensátorů.

Potenciálový rozdíl na svorkách kondensátorů je stejný, avšak náboje přivedené na jednotlivé kondensátory jsou různé. Jejich součet se však musí rovnat celkovému náboji přivedenému do obvodu.

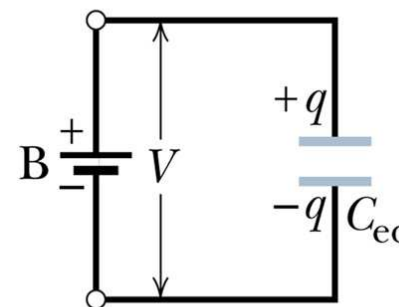


$$q_1 = C_1 V, \quad q_2 = C_2 V, \quad q_3 = C_3 V$$

$$q = q_1 + q_2 + q_3 = (C_1 + C_2 + C_3)V$$

Paralelně zapojené kondensátory můžeme nahradit jediným kondensátorem (ekvivalentním kondensátorem), jehož kapacita je vztahem:

$$C_{\text{eq}} = \frac{q}{V} = C_1 + C_2 + C_3$$



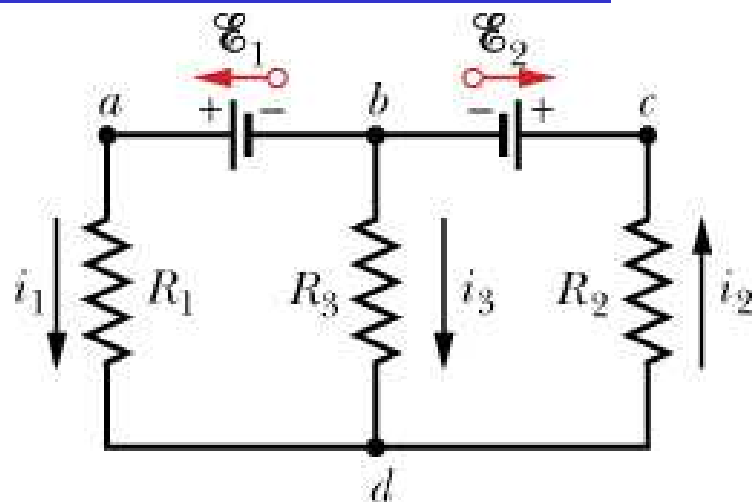
Obecně pro n paralelně zapojených kondensátorů:

$$C_{\text{eq}} = \sum_{i=1}^n C_i$$

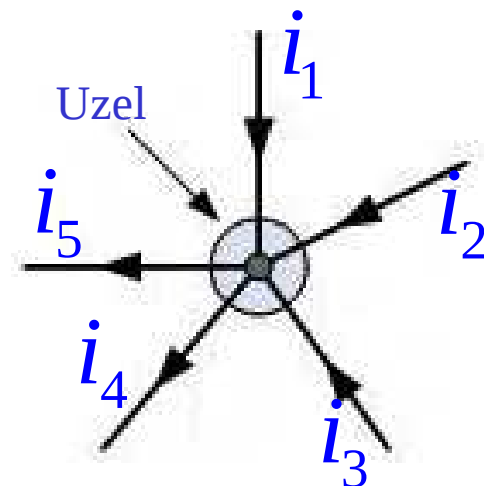
$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 + C_3$$

Kirchhoffovy zákony o obvodech.

1. Kirchhoffův zákon o uzlech.



$$i_1 + i_3 = i_2$$



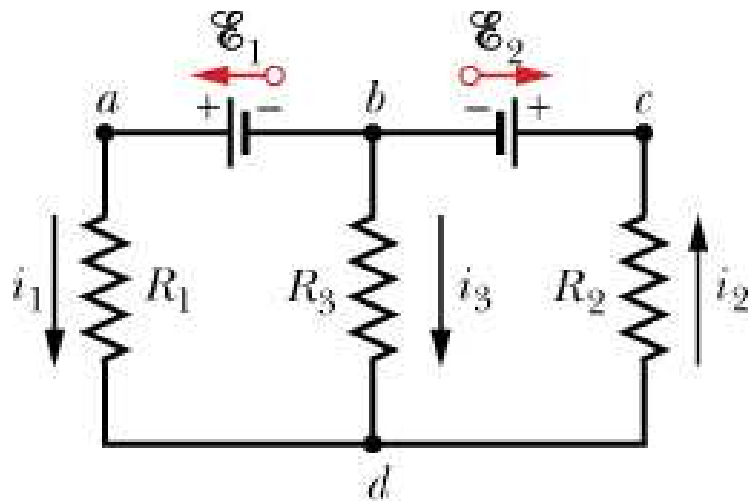
$$i_1 + i_2 + i_3 = i_4 + i_5$$

Kirchhoffův zákon o uzlech říká, že součet všech elektrických proudů, které do vybraného uzlu v obvodu přiteče se musí rovnat součtu všech elektrických proudů, které z tohoto uzlu odtečou. Obecně:

$$\sum_{j=1}^n i_j = 0$$

2. Kirchhoffův zákon o elektromotorických napětích.

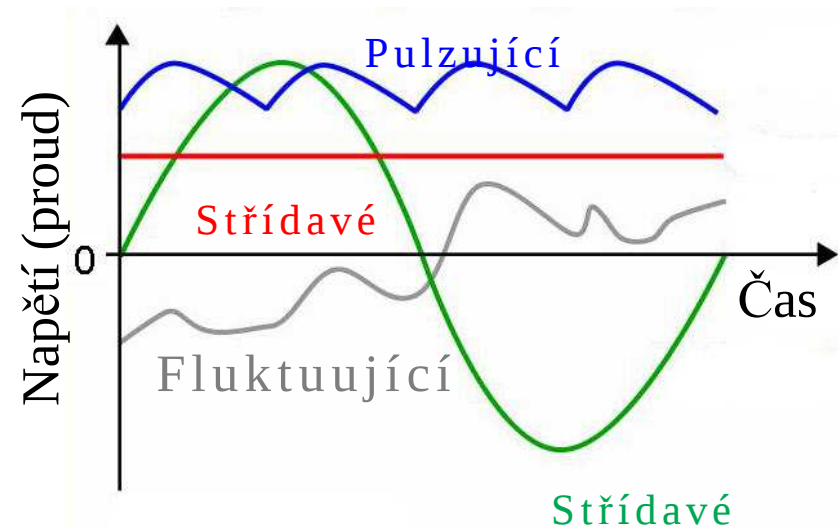
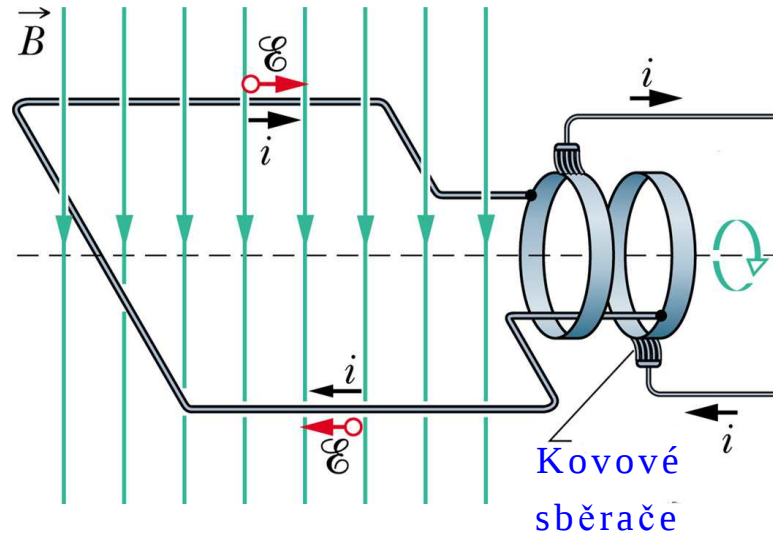
Součet úbytků napětí na všech spotřebičích se v uzavřené smyčce rovná součtu elektromotorických napětí zdrojů v této části obvodu.



$$\begin{aligned}\mathcal{E}_1 - i_1 R_1 + i_3 R_3 &= 0 \\ -i_3 R_3 - i_2 R_2 - \mathcal{E}_2 &= 0 \\ i_1 + i_3 &= i_2\end{aligned}$$

Při analýze obvodu je třeba vždy dbát na znaménka proudů a napětí. Tato znaménka se vztahují k směru postupu obvodovou smyčkou, vzhledem k tomuto směru pak započítáváme proudy jako kladné, jsou-li orientovány stejně jako je šipka určující směr postupu obvodem a záporně, je-li tomu naopak. Je-li směr postupu obvodem opačný než je orientace zdroje ($- \rightarrow +$), pak bereme napětí zdroje s opačným znaménkem.

Střídavé elektrické napětí a proud.



Časový průběh střídavého elektrického napětí (proudu):

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$$

Kde, ω je kruhová frekvence, N je počet smyček, A je plocha smyčky a B je magnetická indukce pole.

$$\mathcal{E}_m = \omega N A B$$

V uzavřeném obvodu vyvolá střídavá emf. Střídavý elektrický proud i té samé kruhové frekvence ω .

$$i = I_m \sin(\omega t + \phi)$$

Střídavý proud značíme **AC – alternating current**, stejnosměrný pak **DC – direct current**.

Elektrická síť v **ČR**: napětí v síti je 220 V AC, frekvence ω 50 Hz.