

A photograph of the aurora borealis (northern lights) in a dark night sky. The aurora displays vibrant bands of red, orange, and green light. Below the lights, the dark silhouettes of evergreen trees and a mountain range are visible against the glowing horizon.

Magnetické pole.

RNDr. František Adamec, CSc.

Ústav fyziky a biofyziky JČU v Českých Budějovicích

Na základě učebnic:

Halliday, Resnick

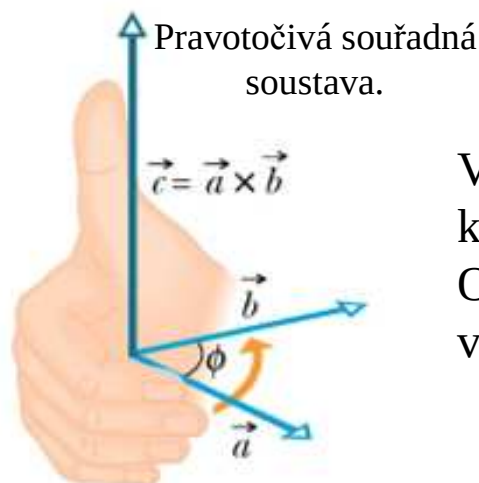
Fundamentals of Physics 8th Edition, Wiley 2005

Feynman, Leighton, Snads

Feynmanovy přednášky z fyziky

Fragment 2000

Vektorový součin dvou vektorů



$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

Výsledkem vektorového součinu dvou vektorů **a** a **b** je vektor **c** kolmý na rovinu tvořenou vektory **a** a **b**.

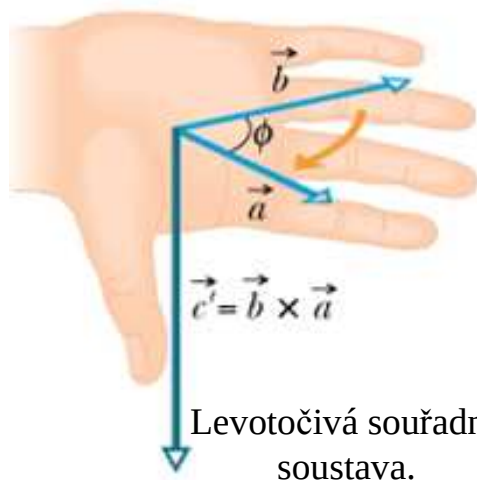
Orientace vektoru **c** je dána pravidlem pravé ruky. Velikost vektoru **c** je dána rovnicí:

$$|\vec{c}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \phi$$

Ve složkovém zápisu dostaneme pro vektory **a**, **b** a **c**:

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, \quad \vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}, \quad \vec{c} = c_x \vec{i} + c_y \vec{j} + c_z \vec{k}$$

$$c_x = a_y b_z - a_z b_y, \quad c_y = a_z b_x - a_x b_z, \quad c_z = a_x b_y - a_y b_x$$



Vektorový součin lze zapsat ve formě determinantu:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

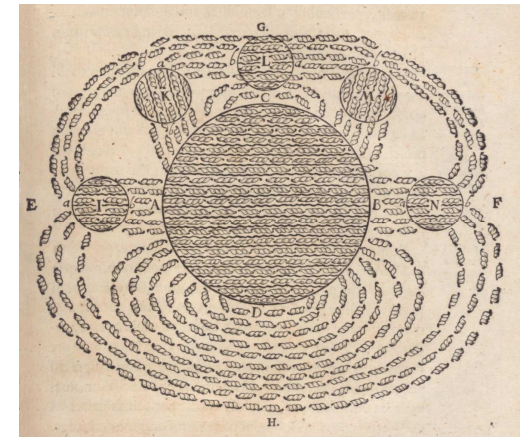
Vektorový součin není komutativní:

$$\vec{b} \times \vec{a} = -(\vec{a} \times \vec{b})$$

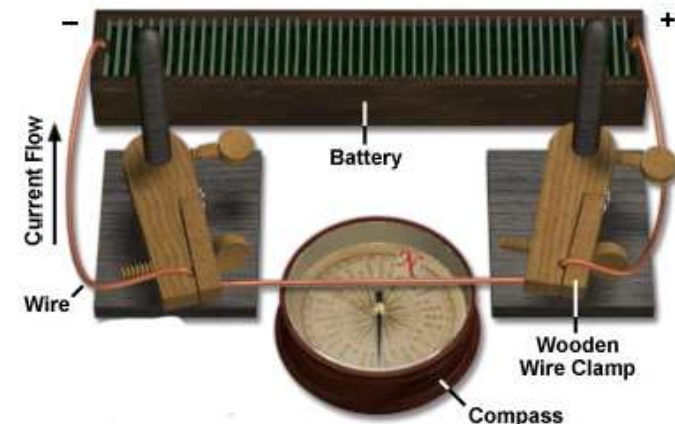
Historie.

První historicky doložená studie magnetismu látek pochází od Petra Peregrina z roku 1269 v knize: *Epistola Petri Peregrini de Maricourt ad Sygerum de Foucaucourt Militem de Magnete*. Peregrin zavedl označení **severní** a **jižní pól** magnetu ve shodě se směrem otáčení zmagnetované látky v magnetickém poli země.

René Descartes, 1644, si vysvětloval existenci magnetického pole cirkulací malých spirálovitých částic procházejících póry v magnetu.

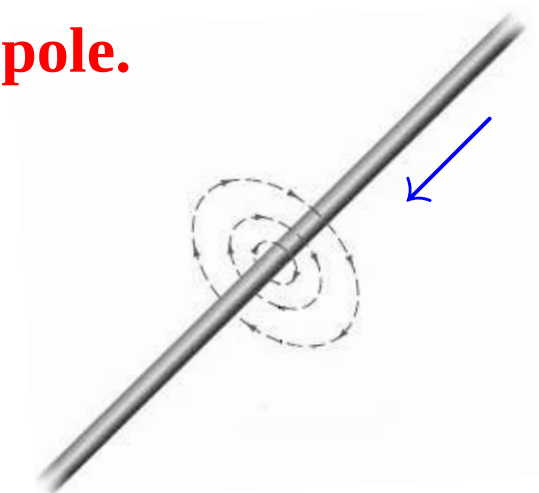


Hans Christian Oersted, 1744, objevil vztah mezi elektrinou (elektrický proud protékající vodičem) a magnetismem (magnetickou střílkou kompasu).



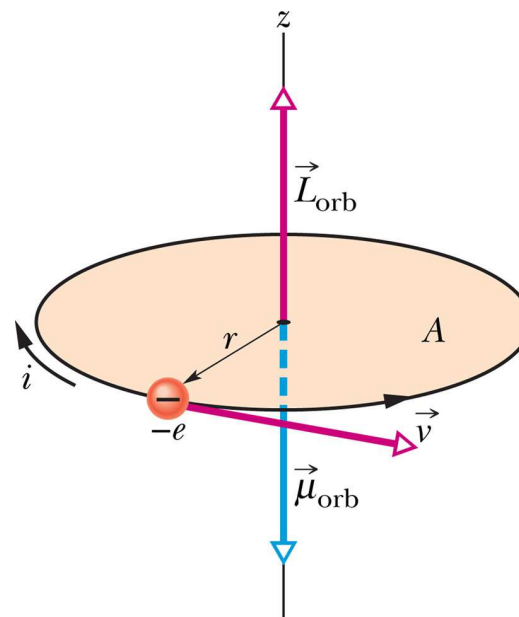
Původ magnetického pole.

Pohybující se náboje - směr silového působení závisí na směru pohybu náboje – elektrického proudu.



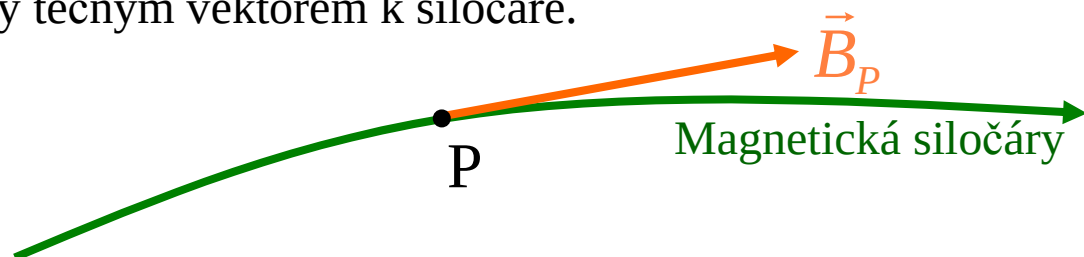
Pevné materiály-permanentní magnety.

Především látky, které obsahují oxidy železa (magnetit). Vždy mají dva odlišné konce – magnetické póly- severní a jižní pól. Stejné póly se odpuzují. Magnetické pole v látkách je důsledkem orbitálního momentu hybnosti elektronu a jeho vnitřního momentu hybnosti – spinu.

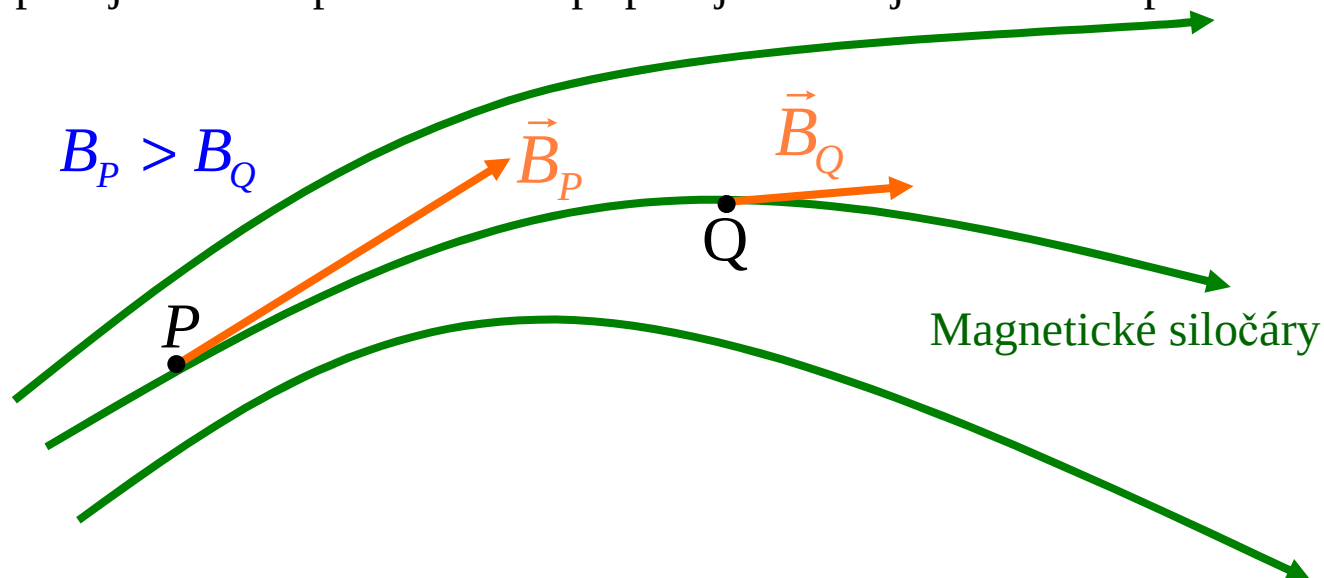


Magnetické siločáry.

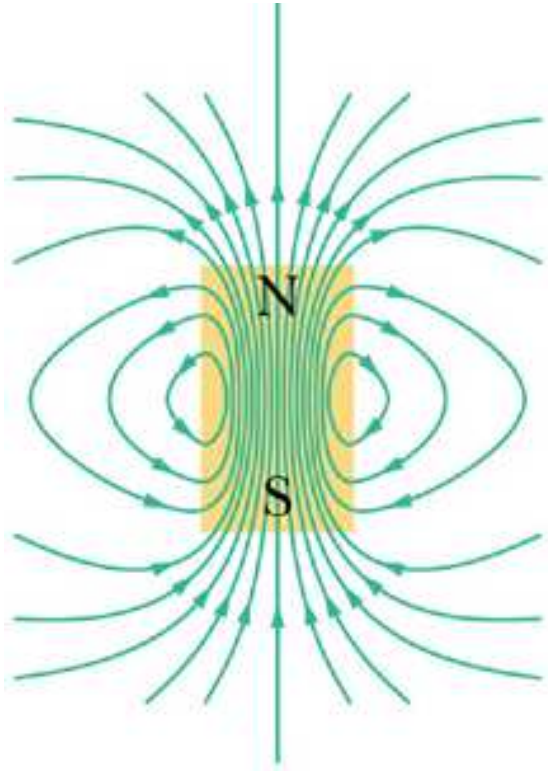
Analogicky jako v případě elektrického pole můžeme zobrazit magnetické pole pomocí **magnetických siločar**. Magnetické siločáry na rozdíl od siločar elektrického pole jsou uzavřené křivky. Vektor magnetické indukce $\vec{B}_P$ je v každém bodě P magnetické siločáry tečným vektorem k siločáře.



Hustota siločar na plochu vyjadřuje velikost vektoru magnetické indukce. Intenzita magnetického pole je úměrná počtu siločar připadajících na jednotkovou plochu.



Magnetické siločáry permanentního magnetu.



Magnetické siločáry permanentního magnetu se uzavírají skrze permanentní magnet. Na rozdíl od elektrického pole, kde siločáry vycházeli z kladného náboje a končily na záporném náboji, v případě souhlasných nábojů nebo jediného náboje z nábojů vycházeli a mířili ven od nábojů.

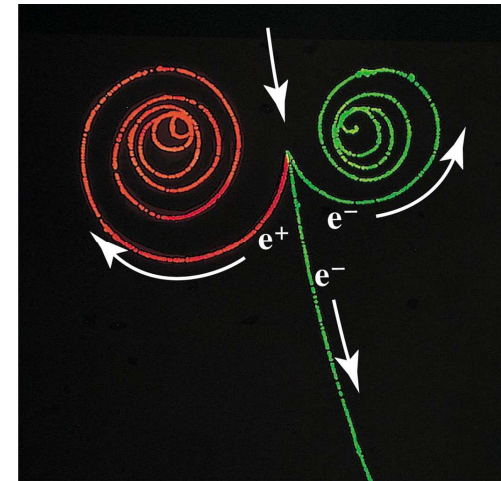
Magnetické siločáry permanentního magnetu vychází ze **severního pólu** magnetu a uzavírají se pře **jižní pól** magnetu. Oba póly od sebe nelze oddělit, vytvářejí tedy **magnetický dipól**.

Vektor magnetické indukce $\mathbf{B}$.

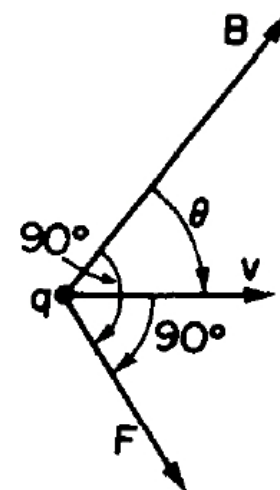
Síla působící na náboj pohybující se v magnetickém poli závisí nejen na jeho poloze v elektrickém poli, ale též na jeho rychlosti. Každý bod v prostoru je tedy charakterizován dvěma vektorovými veličinami, jež určují sílu působící na pohybující se náboj. První vektorová veličina je **intenzita** elektrického pole $\mathbf{E}$. Druhá je složka závislá na rychlosti, nazýváme ji **magnetickou silou**. Směr a velikost této magnetické síly $\mathbf{F}$ je vždy v každém okamžiku závislý na směru a velikosti vektoru rychlosti $\mathbf{v}$ pohybující se částice a je na něj kolmý. Vedle toho je tato síla vždy v libovolném bodě prostoru kolmá na pevný směr, tento význačný směr je směrem vektoru který nazýváme **indukce magnetického pole $\mathbf{B}$** . Vztah mezi těmito třemi vektory určuje rovnice která je zároveň definicí vektoru **magnetické indukce $\mathbf{B}$** :

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

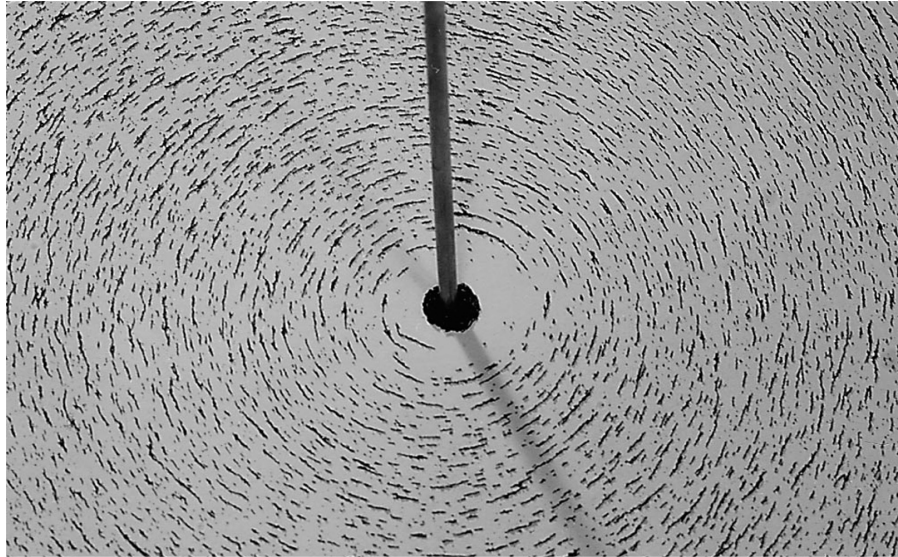
$$F_B = |q|vB \sin \theta$$



Stopy elektronu a pozitronu v bublinové komoře vložené do homogenního magnetického pole. *Lawrence Berkeley Laboratory.*



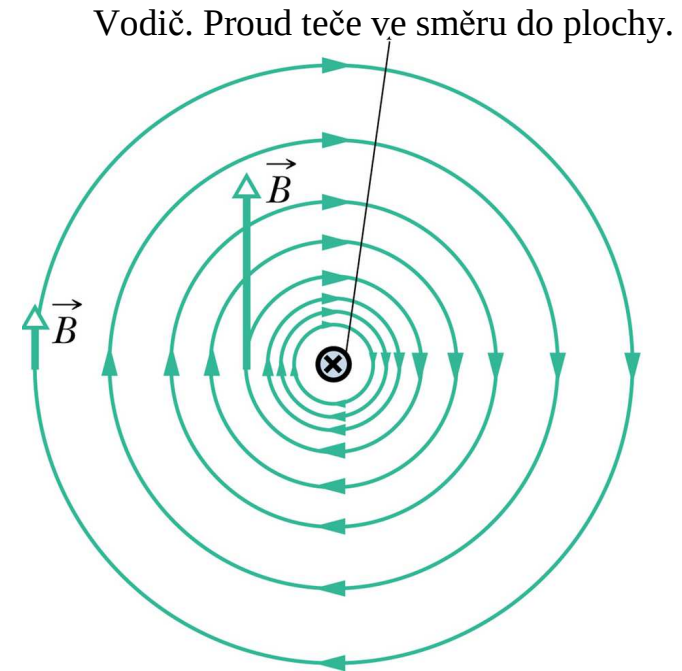
Magnetické pole přímého vodiče.



Magnetické pole v rovině kolmé k procházejícímu přímému vodiči protékanému elektrickým proudem. Železné piliny se soustředí v soustředných kružnicích obklopujících vodič.

Velikost vektoru magnetické indukce v okolí přímého vodiče:

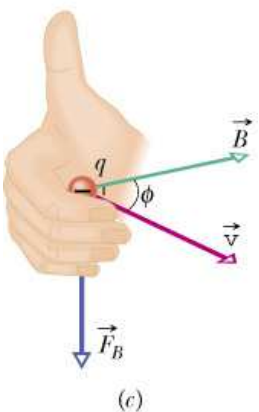
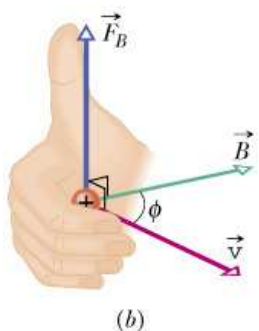
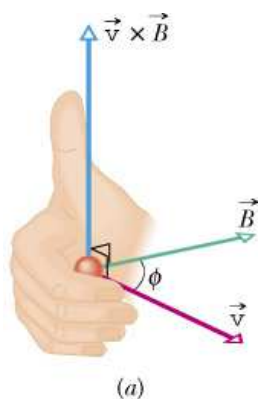
$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$



Vodič. Proud teče ve směru do plochy.

Magnetické siločáry obklopují přímý vodič leží v rovině kolmé k vodiči.

Vektor magnetická indukce $\mathbf{B}$, pravidlo pravé ruky.



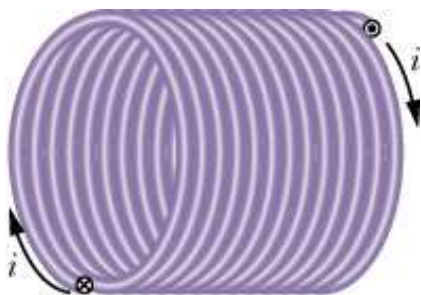
Orientace vektoru síly $\mathbf{F}_B$ působící na pohybující se náboj q v magnetickém poli je dán pravidlem pravé ruky. Je-li náboj q kladný, pak síla míří nad rovinu v níž leží vektory $\mathbf{B}$ a $\mathbf{v}$, tedy ve směru palce (ostatní prsty míří ve směru pohybující se částice), naopak je-li záporný, pak síla míří pod rovinu tvořenou vektory $\mathbf{B}$ a $\mathbf{v}$, tedy na opačnou stranu než je palec.

SI jednotkou magnetické indukce je 1 Tesla, 1T.

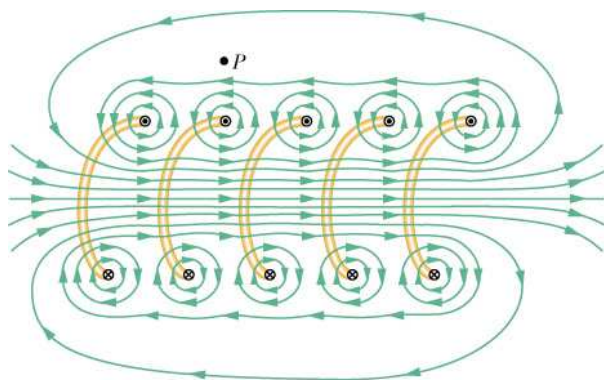
$$1\text{Tesla} = 1\text{T} = 1\frac{\text{N}}{\text{C ms}^{-1}} = 1\frac{\text{N}}{\text{A m}}$$

Starší jednotka magnetické indukce je 1 Gauss, 1 G, tato jednotka není SI jednotkou. Platí, že 1 Tesla = 10^4 Gausse.

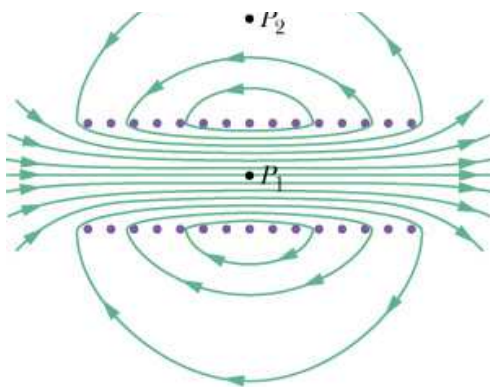
Magnetické pole solenoidu.



Svinutím vodiče do tvaru spirály o daném průměru, tak, že jednotlivé závity vinutí k sobě těsně přiléhají získáme cívku, kterou nazýváme **solenoid**. Délka solenoidu je delší než jeho průměr.



Jednotlivé závity solenoidu vytvářejí ve svém okolí vlastní magnetické pole. Tato pole se sčítají, tak, že v blízkosti osy solenoidu míří siločáry celkového magnetické pole podél osy solenoidu.



Magnetické pole solenoidu konečné délky je homogenní a silné uvnitř solenoidu (bod P_1). Naopak vně solenoidu (bod P_2) je magnetické pole nehomogenní a výrazně slabší. Orientace vektoru magnetické indukce je opět dána pravidlem pravé ruky. Velikost magnetické indukce uvnitř solenoidu o n závitech, jímž protéká proud i je dáno rovnicí:

$$B = \mu_0 n i$$

Indukčnost.

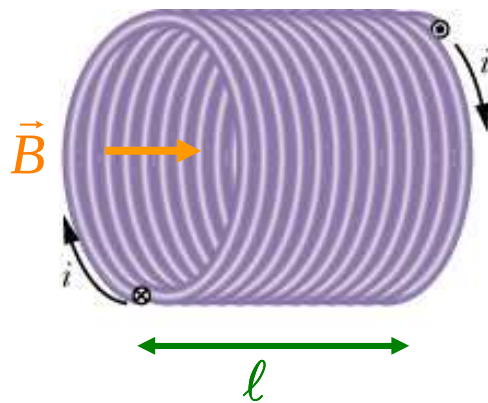
Tok magnetického Φ vytvořeného elektrickým proudem i protékajícím vodivou smyčkou je přímo úměrný tomuto proudu. Konstantou úměrnosti je **indukčnost L** .

$$\Phi_B = Li$$

Tok magnetického Φ je pak úměrný součinu počtu smyček N (závitů) tvořících cívku, indukčnosti L a protékajícímu proudu i .

$$\Phi_B = LNi$$

SI jednotkou indukčnosti L je **1 Henry = 1H = 1Tm²A⁻¹**.

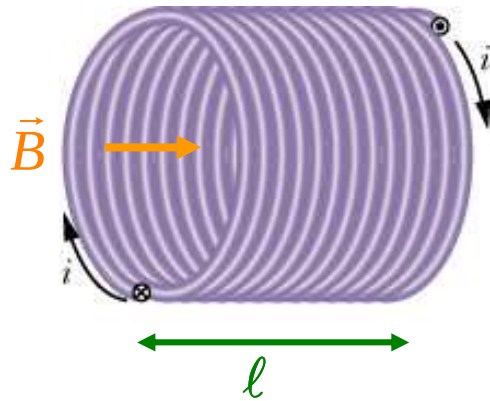


Indukčnost solenoidu.

Máme dlouhý solenoid, délky l , který je tvořen N smyčkami, průřezu A . Jaká je jeho indukčnost připadající na jednotku délky?

Počet závitů připadajících na jednotku délky je $n = N/l$.

$$L = \mu_0 n^2 \ell A$$



Elektrický proud i protékající solenoidem vyvolá uvnitř solenoidu homogenní magnetické pole o indukci B :

$$B = \mu_0 n i$$

Magnetický indukční tok solenoidem: $\Phi_B = NBA$

Počet závitů solenoidu $N = nl$, potom pro magnetický indukční tok uvnitř solenoidu:

$$N = nl \rightarrow \Phi_B = (\mu_0 n^2 \ell A) i$$

Pro indukčnost solenoidu pak platí vztah:

$$L = \frac{\Phi_B}{i} = \frac{\mu_0 n^2 \ell A i}{i} = \mu_0 n^2 \ell A$$

Indukčnost solenoidu délky l :

$$L = \mu_0 n^2 \ell A$$

Indukčnost solenoidu je funkcí pouze geometrických vlastností cívky.

Přibližné hodnoty některých magnetických polí.

Povrch neutronové hvězdy	10^8 T
Nejsilnější lidmi vytvořené magnetické pole	45 T
Supravodivé magnety zařízení ITER	až 13 T
Supravodivé magnety LHC v CERNu	až 8,3 T
Supravodivé magnety detektoru CMS v CERNu	až 4 T
V blízkosti velkého elektromagnetu	1,5 T
V blízkosti povrchu neodymového magnetu	1,25 T
V blízkosti malého tyčového magnetu	10^{-2} T
Magnet ve dveřích ledničky	5×10^{-3} T
Na zemském povrchu, 0° zem.šířky, 0° zem.délky	$3,1 \times 10^{-5}$ T
V mezihvězdném prostoru	10^{-10} T
Nejmenší hodnota v magneticky odstíněné místnosti	10^{-14} T

Elektromagnetická indukce.



Michael Faraday

22. 7. 1791 Newington Butts, England

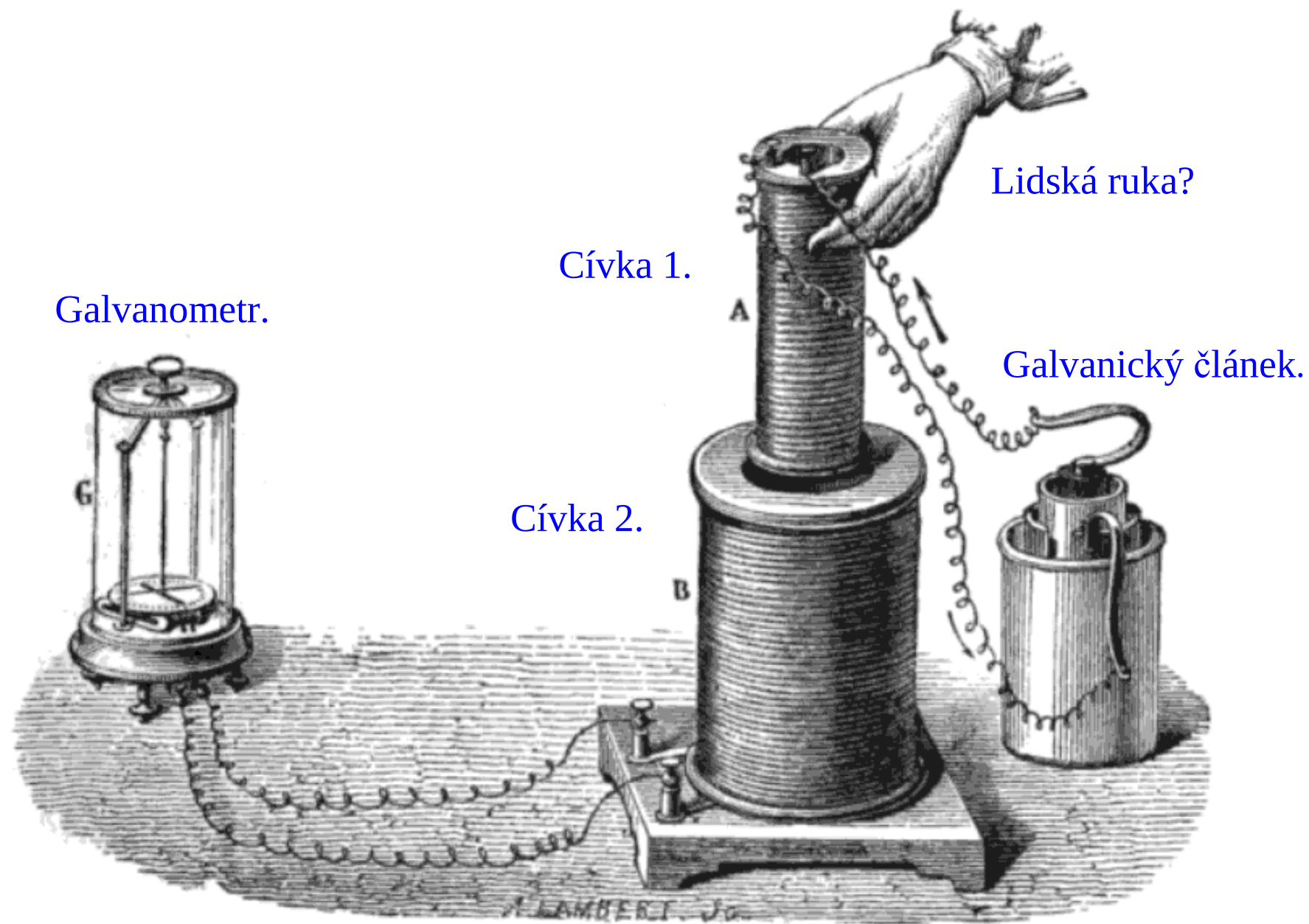
25. 8. 1867 Hampton Court, England



Joseph Henry

17.12. 1797 New York, USA

13.5. 1878 Washington, D. C., USA

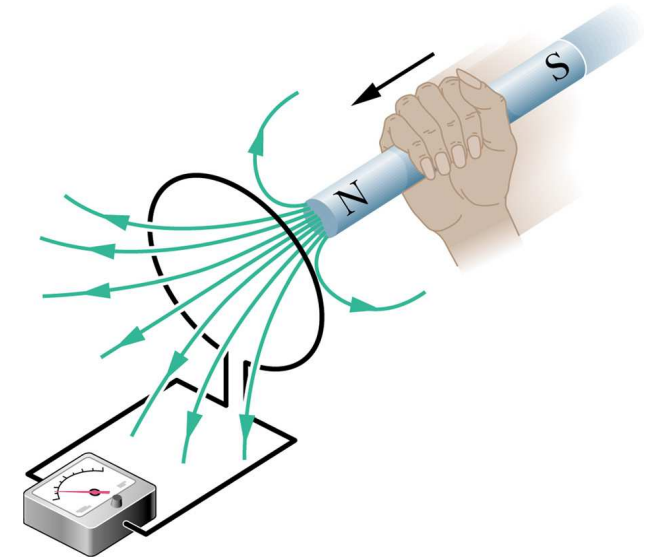


Elektro-magnetická indukce.

Pokus I.

Experimentální zařízení sestává z pevného tyčového magnetu, vodivé smyčky a ampérmetru zapojeného mezi oba konce smyčky.

1. Je-li soustava magnet vodivá smyčka vzájemně v klidu, neprotéká smyčkou žádný elektrický proud.
2. Proud protéká vodičem pouze když se magnet a cívka vzhledem k sobě pohybují.
3. Vyšší relativní rychlost pohybu vede k většímu proudu.
4. Změna orientace magnetu vede ke změně směru protékajícího proudu.

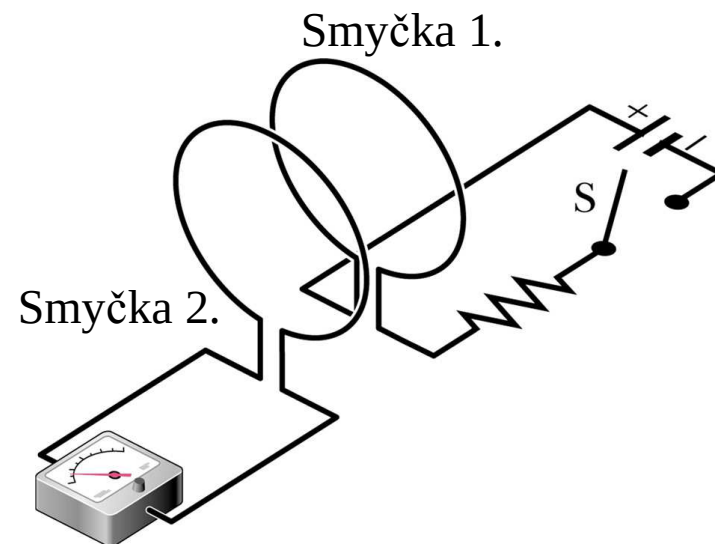


Z experimentu vyplývá, že změna magnetického pole v okolí vodivé smyčky vede ke vzniku elektrického proudu smyčkou.

Proud ve vodiči vyvolaný vzájemným pohybem magnetu a cívky nazýváme **indukovaný elektrický proud** , elektrické napětí nazýváme **indukované elektromotorické napětí**.

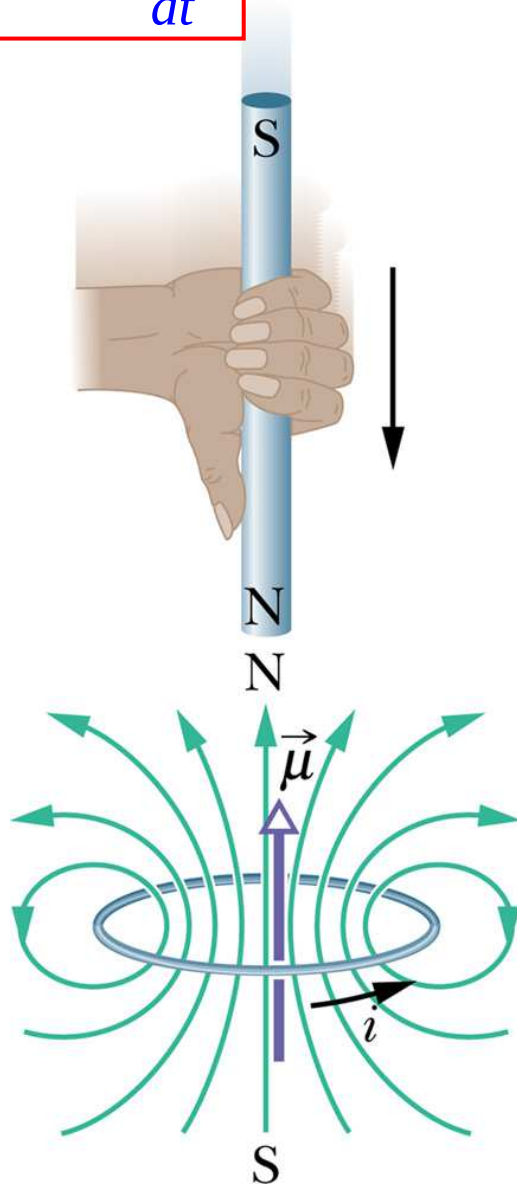
Pokus II.

Změníme-li experimentální zařízení tak, že namísto pevného magnetu použijeme vodivou smyčku, kterou necháme protékat elektrický proudem a tuto smyčku umístíme v rovině rovnoběžné s rovinou druhé smyčky, pak dostaneme stejné výsledky jako v prvním experimentu. Směr elektrického proudu v druhé smyčce závisí na směru elektrického proudu smyčkou, která je zdrojem magnetického pole. Elektrický proud se indukuje pouze v okamžiku zapnutí a vypnutí elektrického proudu.



$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Lenzovo pravidlo.



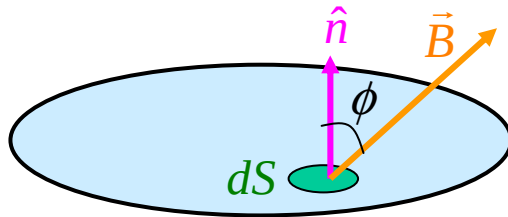
Pohyb permanentního magnetu severním pólem směrem do vnitř vodivé smyčky vyvolá změnu toku magnetického pole smyčkou a následně vznik indukovaného elektrického proudu. Vodivá smyčka jíž protéká indukovaný elektrický proud se chová jako magnetický dipól jehož severní pól je orientován proti severnímu pólu permanentního magnetu. Permanentní magnet je tedy vytlačován ve směru od vodivé smyčky. Pohyb magnetu v opačném směru vede k obrácení směru pohybu elektrického proudu smyčkou a tak k otočení smyslu vektoru magnetické indukce.

Indukovaný elektrický proud má takovou orientaci, aby magnetické pole tohoto indukovaného proudu působilo proti změně, která vznik indukovaného proudu vyvolala.

Faradayův zákon elektromagnetické indukce.

Z Faradayových experimentů vyplývá, že elektromotorické napětí se indukuje pouze při změnách toku vektoru magnetického indukce pole $\vec{B}$ uzavřenou plochou S obepnutou vodivou smyčkou.

Magnetický tok plochou ohraničenou uzavřenou křivkou.



1. Plochu S rozdělíme na elementární plošky dS .
2. Pro každý element plochy spočítáme elementární magnetický tok touto ploškou $d\Phi_B = B dS \cos \phi$. Úhel ϕ je úhel mezi směrem vektoru magnetické indukce $\vec{B}$ a normálovým vektorem $\vec{n}$ k elementu plošky dS .
3. Spočteme celkový tok (od všech $d\Phi_B$) přes celou uzavřenou plochu S :

$$\Phi_B = \int_S B dS \cos \phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

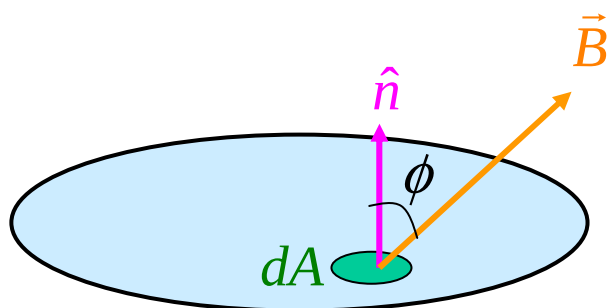
Jednotkou magnetického toku je 1 Weber, $1 \text{ Wb} = 1 \text{ Tm}^2$. Velikost indukovaného elektromotorického pole je dána Faradayovým zákonem:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Faradayův zákon pro cívku s N závitů:

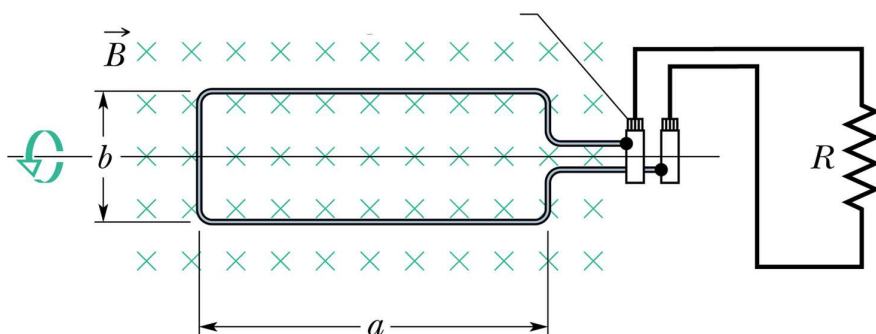
$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Faradayův zákon elektromagnetické indukce.



Tok magnetického pole plochou uzavřené vodivé smyčky lze změnit:

1. Změnou velikosti magnetické indukce pole B .
2. Změnit celkovou plochu smyčky.
3. Změnit aktivní plochu smyčky jejím otočením vzhledem k orientaci vektoru magnetické indukce.

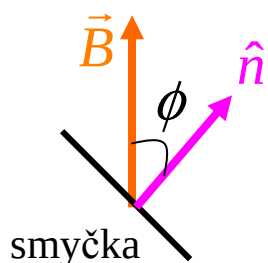


$$\Phi_B = NAB \cos \phi = NabB \cos(\omega t)$$

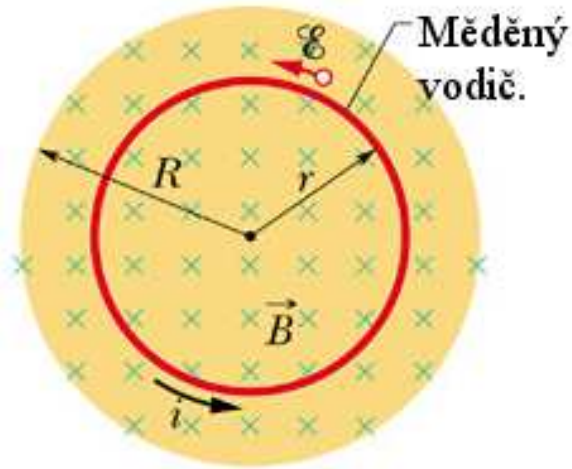
$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = \omega NabB \sin(\omega t)$$

$$\omega = 2\pi f \rightarrow$$

$$\mathcal{E} = 2\pi f NabB \sin(2\pi t)$$



Indukované elektrické pole.

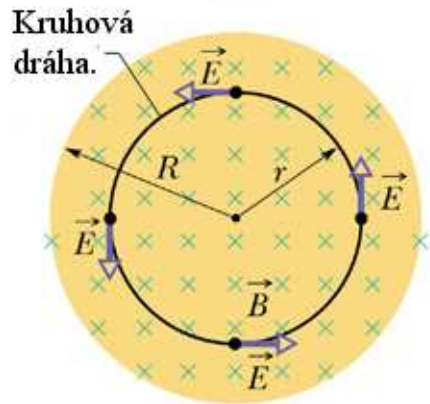


Ve vodivé smyčce, na obrázku reprezentovanou kruhovou měděnou smyčkou, do magnetické pole o magnetické indukci $\mathbf{B}$ se indukuje elektrický proud $\mathbf{i}$. Elektrický proud je tokem elektronů vodičem mezi místy o různém elektrickém potenciálu. To znamená, že vyvolání indukovaného elektrického proudu změnou toku magnetické indukce plochou obepínanou vodivou smyčkou musí nutně vyvolat vznik elektrického pole ve vodiči.

Změna magnetického pole vyvolá indukovaný elektrický proud a tedy elektrické pole.

Důležitá poznámka:

Elektrické pole je indukováno při změnách magnetického pole i bez přítomnosti vodivého prostředí.



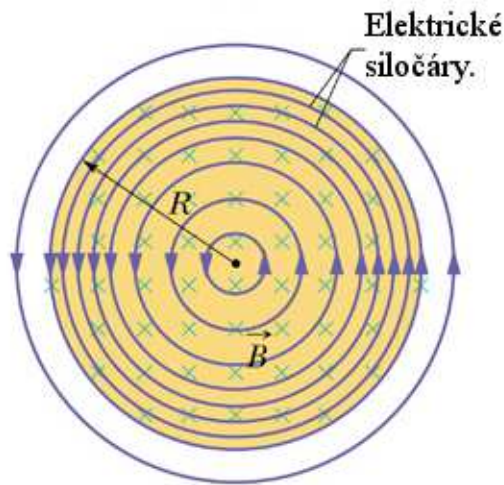
Práce vykonaná indukovaným elektrickým polem při přemístění náboje q_0 po kruhové dráze je dána vztahem:

$$W = q_0 \mathcal{E} \quad (1)$$

Kde $\mathcal{E}$ je indukované elektromotorické napětí (síla).

Z definice práce vyplývá pro práci vykonanou při přenesení náboje q_0 v poli o elektrické intenzitě $\vec{E}$ po kruhové dráze vztah:

$$W = (q_0 E)(2\pi r) \quad (2)$$

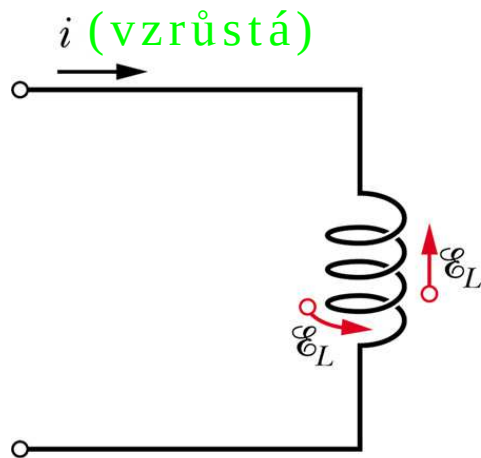


Porovnáním (1) a (2) dostaneme pro vztah indukované elektromotorické síly a intenzitou indukovaného pole vztah:

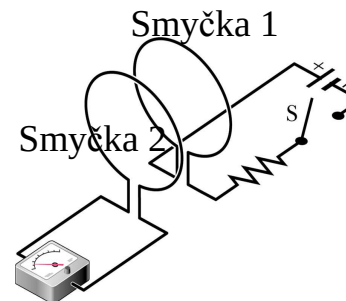
$$\mathcal{E} = 2\pi r E$$

Vlastní indukčnost.

$$\mathcal{E} = -L \frac{di}{dt}$$



Magnetické pole cívky vyvolané průchodem elektrického proudu cívkou působí na nosiče elektrického proudu v cívce samotné. Proto změna elektrického proudu protékajícího cívkou vyvolá vznik **indukovaného elektromotorického napětí (emf)**, které působí proti změně, která jeho vznik vyvolala.

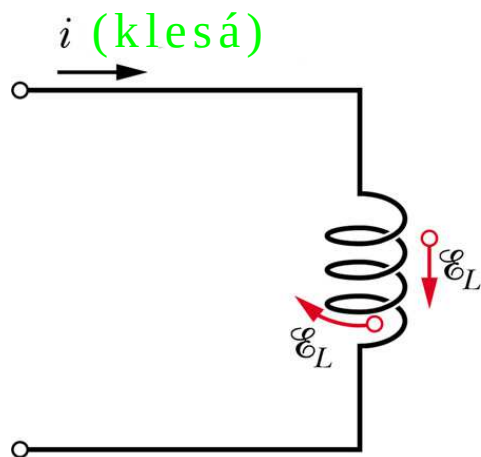


Jelikož mezi tokem magnetické indukce plochou cívky a proudem protékajícím cívkou platí vztah: $N\Phi_B = Li$

Pak dosazením do zákona elektromagnetické indukce

$$\mathcal{E}_L = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt}$$

$$\Phi_B = Li$$



Dostaneme vztah pro **vlastní emf** indukované v cívce a změnou elektrického proudu i , protékaného cívkou:.

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt}$$