

Elektrický proud



Žárovka připojená na napětí 9V svítí výkonem 10 W.
Určete proud procházející žárovkou a její odpor.
Kolik elektronů proteče žárovkou za 1 s?

$$U=RI$$

$$P = UI = RI^2 = U^2/R$$

$$I=P/U=10/9 \text{ A} =1,11 \text{ A}$$

$$R=U/I=9/1,11 \text{ } \Omega=8,1 \text{ } \Omega$$

Proud je definován jako podíl proteklého náboje a času,

$$I=Q/t$$

Absolutní hodnota proteklého proudu je rovna součinu počtu prošlých elektronů a jejich elementárnímu náboji

$$Q=N_e \cdot e$$
$$I = \frac{Q}{t} = \frac{N_e e}{t} \Rightarrow \frac{N_e}{t} = \frac{I}{e} \Rightarrow \frac{N_e}{1\text{s}} = \frac{1,11}{1,602 \cdot 10^{-19}} = 6,93 \cdot 10^{18} \text{ s}^{-1}$$

Vodivost roztoků



Vodivost $G=1/R$ roztoku mezi dvěma elektrodami je přímo úměrná ploše elektrod A , nepřímo úměrná jejich vzdálenosti L a závisí na typu roztoku a jeho koncentraci

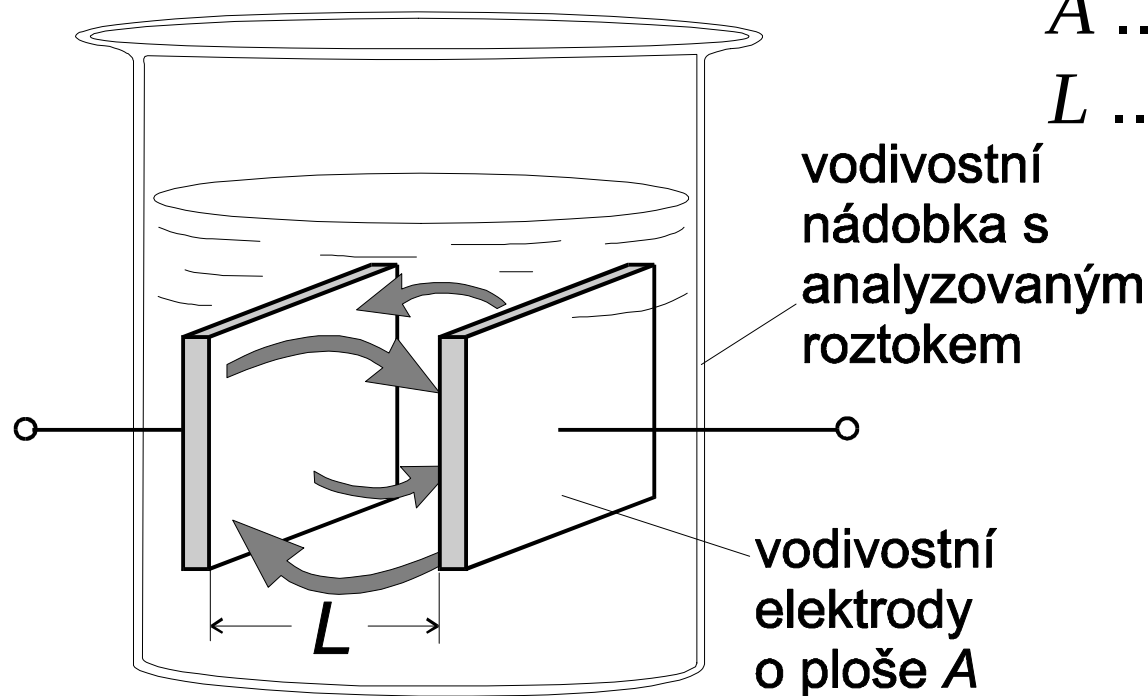
$$G = \frac{1}{R} = \sigma \frac{A}{L}$$

G ... vodivost, $[G]=S$... siemens = Ω^{-1}

σ ... měrná vodivost $[\sigma]=S/m$

A ... plocha elektrod

L ... vzdálenost elektrod



Vodivost roztoků

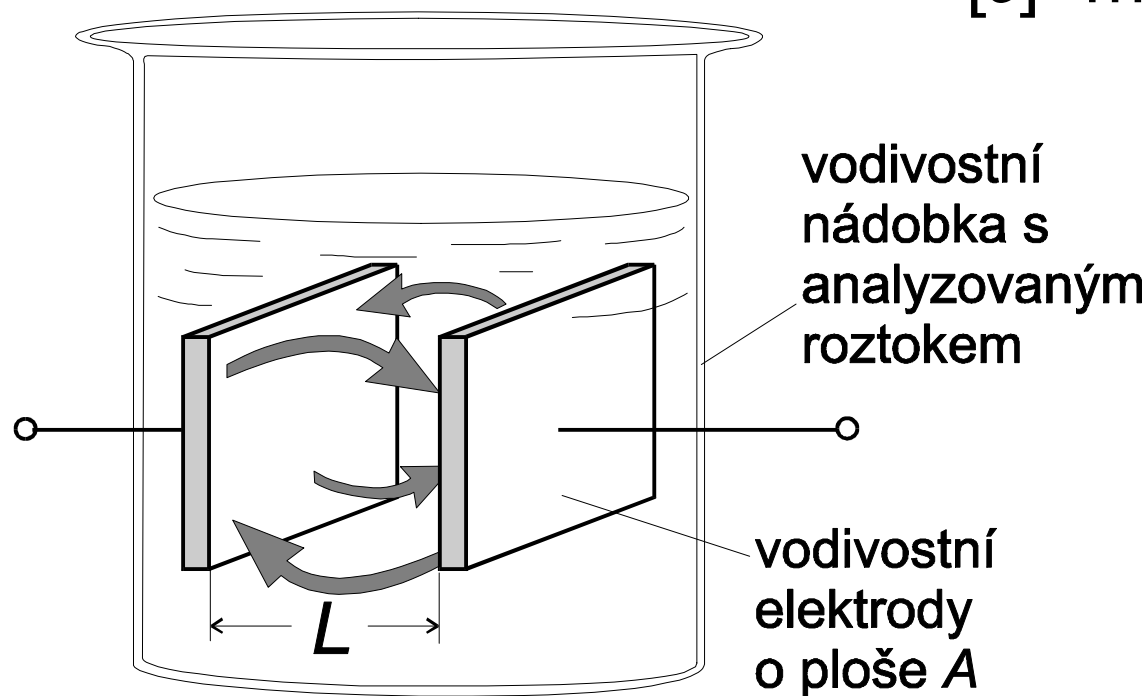


Měrná vodivost je (za určitých podmínek, ve zjednodušení) přímo úměrná koncentraci rozpuštěné látky

$$\sigma = \Lambda c$$

Λ ... molární vodivost $[\Lambda] = \text{S} \cdot \text{m}^2 / \text{mol}$

c ... molární koncentrace látky,
 $[c] = \text{mol} / \text{m}^3$



Vodivost roztoků

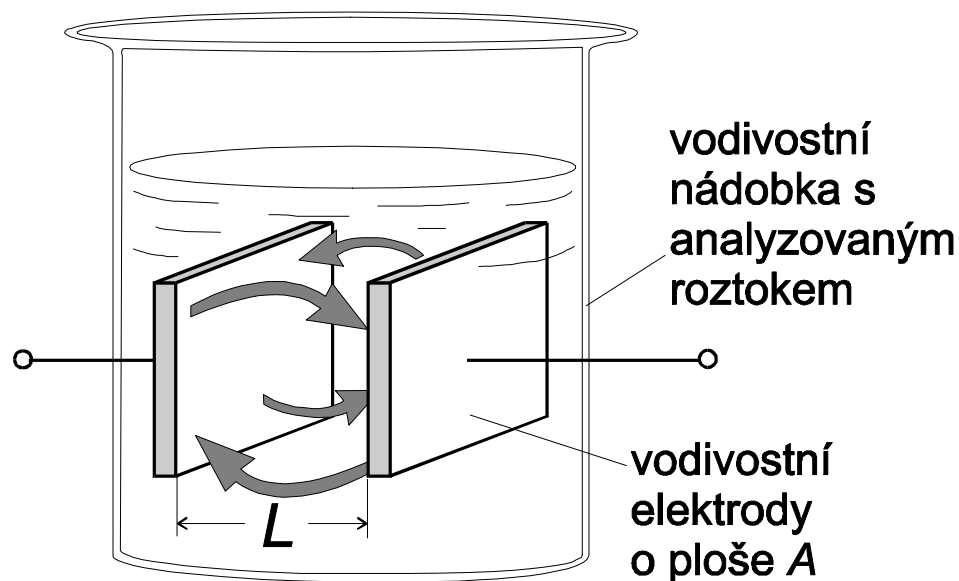


Určete koncentraci roztoku KCl, jestliže elektrodami o ploše 4 cm^2 , vzdálenými od sebe 5 cm , protéká při napětí 5 V proud 52 mA .

Molární vodivost KCl uvažujte $0,1288 \text{ S.m}^2/\text{mol}$

$$G = 1/R = I/U = 0,052/5 = 0,0104 \text{ S}$$

$$G = \sigma \frac{A}{L}, \sigma = \Lambda c \Rightarrow G = \Lambda c \frac{A}{L}$$



$$c = \frac{GL}{\Lambda A} = \frac{0,0104 \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{0,1288 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$$
$$= 10 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} = 0,01 \frac{\text{mol}}{\text{dm}^3} = 0,01 \text{ M}$$



Homogenní elektrostatické pole

Jakou silou působí elektrické pole o napětí $U = 100 \text{ V}$ na elektron, je-li vzdálenost elektrod 1 cm ?

Jaké mu uděluje zrychlení?

$$F = QE; E = U/d$$

$$Q = e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\begin{aligned} F &= eU/d = 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 100 / 0,01 \text{ N} = \\ &= 1,602 \cdot 10^{-15} \text{ N} \end{aligned}$$

$$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\begin{aligned} a &= F/m = 1,602 \cdot 10^{-15} / 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ m/s}^2 = \\ &= 1,76 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Homogenní elektrostatické pole

Jakou energii získá elementární náboj
urychlený napětím $U = 1 \text{ V}$?

$$E_{elst} = QU$$

$$E_{elst} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_{elst} = QU$$

$$E_{elst} = 1 \text{ e} \cdot 1 \text{ V} = 1 \text{ eV}$$

$$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ J} &= 1 / 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ eV} \\ &= 6,242 \cdot 10^{18} \text{ eV} \end{aligned}$$

Homogenní elektrostatické pole

Jakou rychlost získá elektron urychlený
napětím $U = 100 \text{ V}$?

$$W = E_{elst} = QU = eU$$

$$W = E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$eU = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}; m = m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 100}{9,11 \cdot 10^{-31}}} \text{ m/s} = 5,93 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$



Homogenní elektrostatické pole

Jakou rychlost získá elektron urychlený
napětím $U = 300 \text{ kV}$?

$$W = E_{elst} = QU = eU \quad W = E_k = \frac{1}{2}mv^2$$
$$eU = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}; m = m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 10^5}{9,11 \cdot 10^{-31}}} \text{ m/s} = 3,25 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Nesprávný výsledek v důsledku použití
nerelativistického vzorce pro kinetickou
energii, rychlost nemůže být větší než
rychlost světla ve vakuu $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$!

Srovnání gravitační a elektrostatické síly

Porovnejte grav. a elst. sílu působící mezi dvěma protony vzdálenými 1 mm

$$F_g = \kappa \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$F_{elst} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

$$\kappa = 6,673 \times 10^{-13} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$m_p = 1,6726 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$F_g = 1,87 \times 10^{-60} \text{ N}$$

$$F_{elst} = 2,31 \times 10^{-22} \text{ N}$$

$$a_g = F_g / m_p = 1,12 \times 10^{-33} \text{ m/s}^2 \quad a_{elst} = F_{elst} / m_p = 1,38 \times 10^5 \text{ m/s}^2$$

Elektrostatická síla je $\approx 10^{38}$ krát větší než gravitační (nezávisle na vzdálenosti)

Radiální elektrostatické pole



Jaká je elektrostatická interakční energie elektronu s jádrem vodíku, je-li na dráze o poloměru $r = 10^{-10}$ m?

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r} \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$U = \frac{1}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \frac{-\left(1,602 \cdot 10^{-19}\right)^2}{10^{-10}} \text{ J} = -2,31 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$
$$= \frac{-2,31 \cdot 10^{-18}}{1,602 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} = -14,4 \text{ eV}$$

Vazebná energie je řádově eV → praktický význam jednotky eV

$$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Radiální elektrostatické pole



Jak velkou silou je přitahován elektron k jádru vodíku, je-li na dráze o poloměru $r = 10^{-10}$ m?

Jak velké zrychlení tato síla elektronu uděluje?

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|qQ|}{r^2} \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$F = \frac{1}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \frac{(1,602 \cdot 10^{-19})^2}{(10^{-10})^2} \text{ N} = 2,31 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

$$F = am \Rightarrow a = \frac{F}{m_e} \quad m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$a = \frac{2,31 \cdot 10^{-8}}{9,11 \cdot 10^{-31}} \text{ m/s}^2 = 2,54 \cdot 10^{22} \text{ m/s}^2$$

Radiální elektrostatické pole



Jak velkou rychlostí se musí pohybovat elektron atomu o protonovém čísle Z , je-li na dráze o poloměru r ?

Elektrostatická síla plní funkci dostředivé

$$F_{elst} = F_{dost} \quad F_{dost} = \frac{mv^2}{r}$$
$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{mr}}$$

Číselné dosazení pro vodík ($Z = 1$) a $r = 10^{-10}$ m

$$v = \sqrt{\frac{1}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \frac{(1,602 \cdot 10^{-19})^2}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-10}}} \text{ m/s} = 1,59 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$