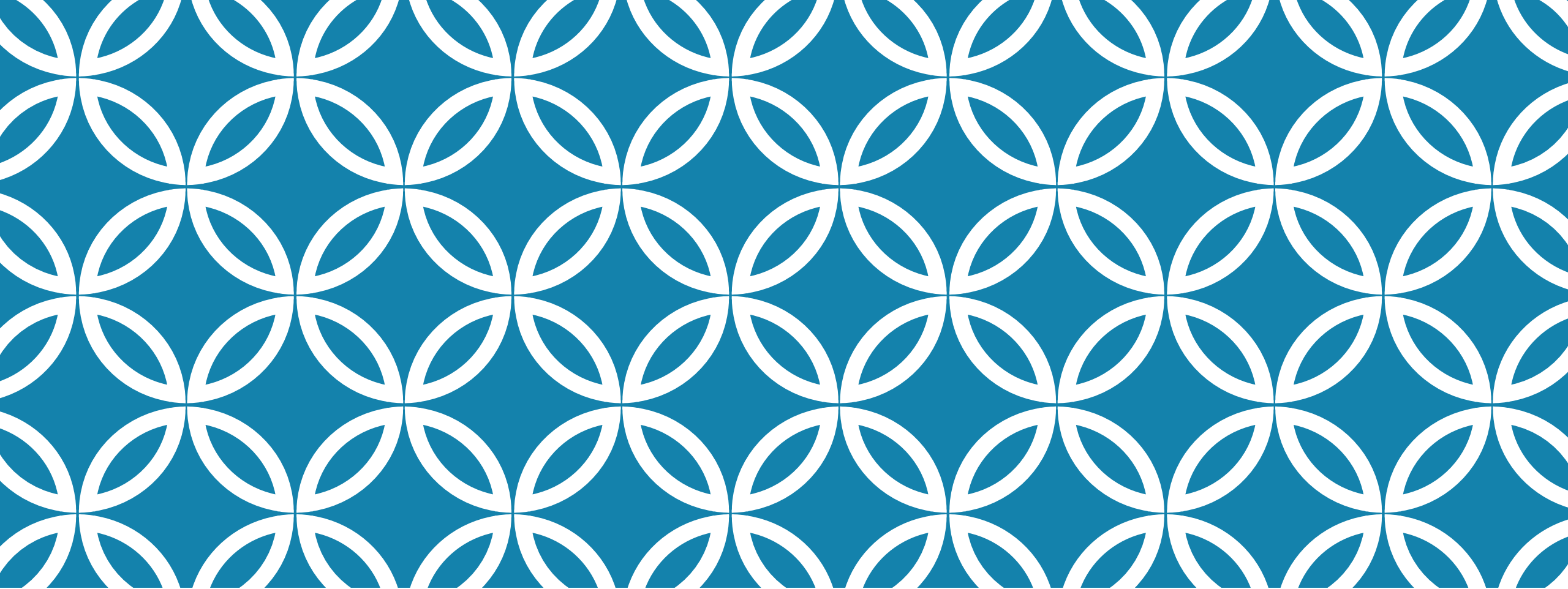




DIDAKTIKA ROVNIC

ROVNOST ČÍSEL

- vztah (binární relace) na číselné množině
- čísla se rovnají, pokud mají stejnou hodnotu
- v opačném případě se čísla nerovnají (pojem **nerovnost**)

Základní vlastnosti rovnosti

$\forall a, b, c \in \mathbb{R}$:

$$a = a$$

reflektivnost

$$a = b \Leftrightarrow b = a$$

symetričnost

$$a = b \wedge b = c \Leftrightarrow a = c$$

tranzitivnost

DIDAKTICKY ZAJÍMAVÉ VLASTNOSTI

- na symetričnost žáci zapomínají, používají rovnost jen jedním směrem; někdy může být jeden směr rovnosti obtížnější: roznásobování závorky vs. vytýkání
- tranzitivnost se využívá pro zkrácení zápisů a v důkazech rovností

DEFINICE ROVNICE

Přístup přes veličiny (Hoza, Algebra pro vyšší reálky, 1892):

Spojíme-li znaky dvou různých veličin rovnítkem, povstává rovnice. Rovnice jest výraz rovnosti dvou veličin.

Logické pojetí (Bartsch):

Predikátová formule $T_1 = T_2$, kde T_1, T_2 jsou termy, se nazývá rovnice.

DEFINICE ROVNICE

Rovnice pohledem funkcí (Hruša a kol., Přehled elementární matematiky, 1964)

Jsou dány dvě funkce $f(x)$, $g(x)$ téže proměnné x , pak slovem rovnice o jedné neznámé označujeme úlohu zjistit, existuje-li takové číslo x , že $f(x) = g(x)$, a existuje-li, najít všechna taková čísla x .

DEFINICE ROVNICE

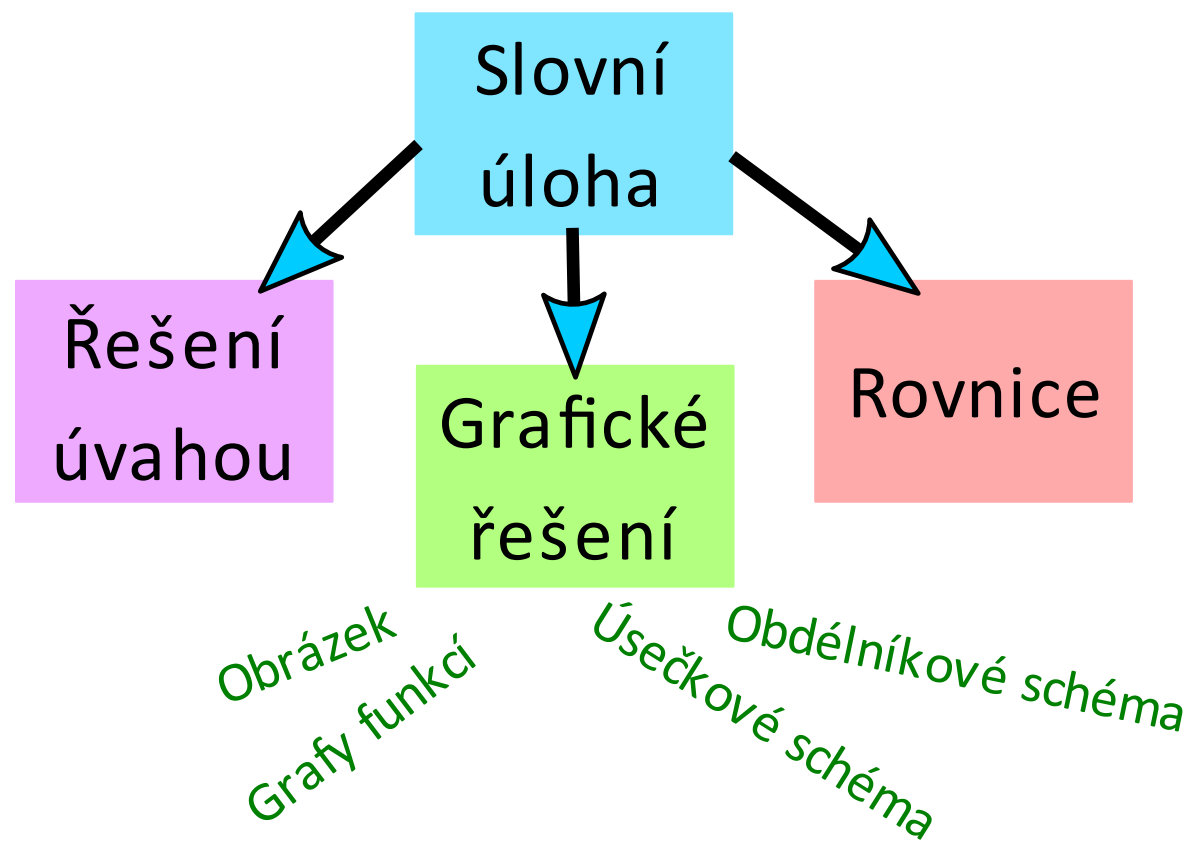
Rovnice jako úloha, množinové pojetí (Polák):

Jsou dány výrazy $L(x)$, $P(x)$ s proměnnou x . Mají se určit hodnoty této proměnné z daného číselného oboru M , pro něž jsou si rovny hodnoty obou výrazů. Zápis této úlohy ve tvaru

$$L(x) = P(x)$$

se nazývá rovnice.

VZTAH ÚLOH A ROVNIC



DEFINIČNÍ OBOR, KOŘEN A MNOŽINA ŘEŠENÍ

Podmnožinou D daného číselného oboru M (**oboru řešení rovnice**), kde jsou definovány výrazy $L(x), P(x)$, nazýváme **definičním oborem** rovnice.

Číslo x_k , pro které platí $L(x_k) = P(x_k)$, se nazývá **kořen (řešení)** rovnice.

Množinu všech kořenů (řešení) rovnice značíme K . Tedy $K \subset D \subset M$.

Řešení rovnice je z množinového hlediska hledání zápisu výčtem prvků množiny

$$K = \{x \in D; L(x) = P(x)\}.$$

METODY ŘEŠENÍ ROVNIC

- algebraická, pomocí úprav rovnice
- přibližné (numerické) metody
- grafické metody
- využitím softwaru – může se jednat o numerické i algebraické metody

POVOLENÉ ÚPRAVY ROVNIC

Ekvivalentní úpravy

Úprava rovnice, která vede k rovnici s týmiž kořeny jako původní rovnice a žádnými jinými

$$\begin{array}{c} L_1(x) = P_1(x) \\ \Downarrow \\ L_2(x) = P_2(x) \\ \Downarrow \\ \vdots \end{array}$$

Důsledkové úpravy

Úprava rovnice, která vede k rovnici s týmiž kořeny jako původní rovnice a případně další kořeny navíc

$$\begin{array}{c} L_1(x) = P_1(x) \\ \Downarrow \\ L_2(x) = P_2(x) \\ \Downarrow \\ \vdots \end{array}$$

EKVIVALENTNÍ ÚPRAVY ROVNIC

- Vzájemná výměna stran rovnice
- Nahrazení jedné strany rovnice výrazem, který se jí rovná na definičním oboru D rovnice
- Přičtení stejného čísla, resp. stejného výrazu definovaného na D k oběma stranám rovnice (zde zahrnuto i odečtení stejného čísla, resp. výrazu)
- Vynásobení obou stran rovnice tímž nenulovým číslem, resp. výrazem definovaným a nenulovým v D
- Umocnění obou stran rovnice přirozeným exponentem, jsou-li obě strany rovnice nezáporné v D
- Odmocnění obou stran rovnice (odmocninou s přirozeným exponentem), jsou-li obě strany rovnice nezáporné v D
- Zlogaritmování obou kladných stran rovnice logaritmem při témž základu

DŮSLEDKOVÉ ÚPRAVY ROVNIC

- Vynásobení obou stran rovnice týmž číslem, resp. výrazem definovaným v D
- Umocnění obou stran rovnice týmž přirozeným mocnitelem

ČÁSTI ŘEŠENÍ ROVNICE

- **Zadání** a jeho **rozbor** (určení definičního oboru rovnice)
- **Postup** s použitím povolených úprav a pravdivých úvah, který vede k možným výsledkům
- **Zkouška** – provádí se obvykle jen v případě, že vyjde konečný počet řešení. Pokud z nekonečně mnoho možných kořenů ověříme jen pár z nich, není to plnohodnotná zkouška
- **Závěr**: množina řešení, příp. diskuze řešení u rovnic s parametrem

SESTAVENÍ ROVNICE

- Ve slovních úlohách
- Vyjádření dvěma způsoby (metrické úlohy ve stereometrii, planimetrii atd.)