Dynamika

Fyzika pro chemiky

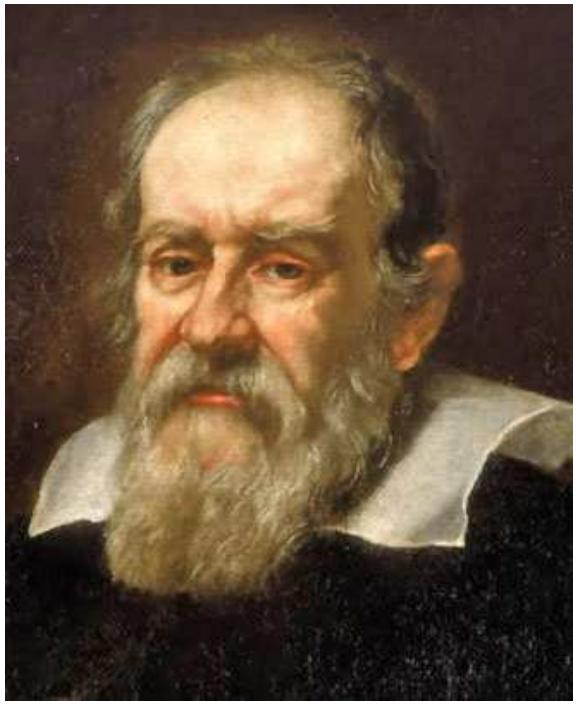
Přednášející:

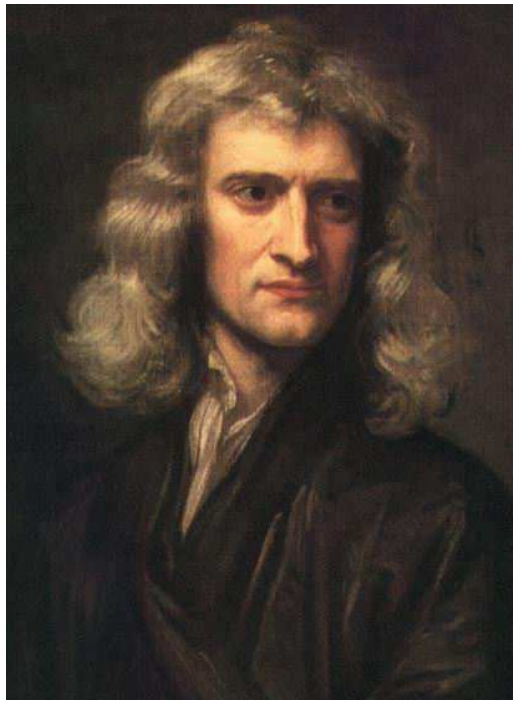
RNDr. František Adamec, CSc.

Ústav fyziky a biofyziky JČU v Českých Budějovicích

Na základě učebnic:
Halliday, Resnick
Fundamentals of Physics 8th Edition, Wiley 2005
Feynman, Leighton, Snads
Feynmanovy přednáušky z fyziky
Fragment 2000

Co je příčinou změn směru a rychlosti pohybu, tvaru těles?





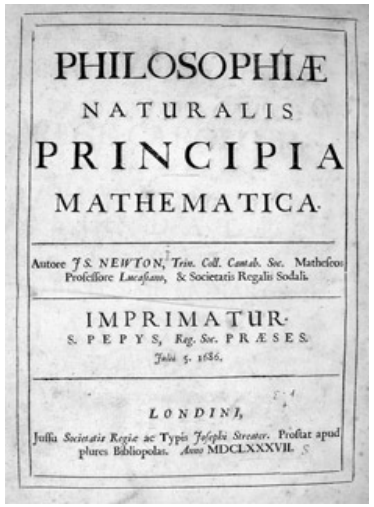
Síla a pohyb

Aristotelés ze Stageiry 384 př. n. l. - 322 př. n. l.
Každému tělesu je vlastní nějaké místo v prostoru, lehčí jsou na hoře těžší pak leží níže. Tělesa mají tendenci zaujímat trvale tato místa a proto k těmto místům směřují. Takový pohyb je přirozený, ostatní pohyby jsou násilné, příčina násilných pohybů je síla (vnější vliv).

Galileo Galilei 15.2.1564 - 8.1.1642
Není třeba vysvětlovat pohyb samotný a jeho příčinu, ale pouze jeho změnu.
Zachování rychlosti a směru pohybu je projevem setrvačnosti tělesa, tedy odporu ke změně pohybového stavu tělesa (hybnosti).

Newtonovy pohybové zákony
(Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica,
Isaac Newton 5. července 1687):

1. Zákon setrvačnosti
2. Zákon síly
3. Zákon akce a reakce


PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore J.S. NEWTON, Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, Reg. Soc. PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,
Justu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.

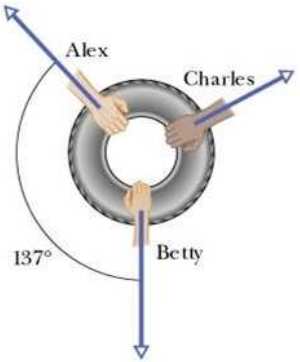
I. Zákon setrvačnosti

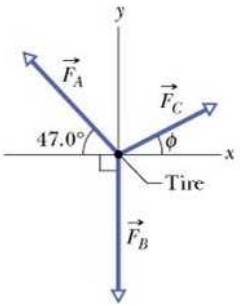
Těleso setrvává ve stavu klidu nebo rovnoměrného přímočarého pohybu, pokud není vnějšími vlivy nuceno tento stav změnit. Je zopakováním Galileova principu setrvačnosti.

Tělesa mění svůj pohybový stav pouze pod vlivem vnějšího působení, síly. Bez působení síly se pohybový stav těles nemění, těleso se pohybuje rovnoměrně to tzn. beze změny rychlosti a přímočaře, a nebo zůstává ve stavu klidu.

Působí-li na těleso současně více sil v různý směrech, pak se směr pohybu tělesa změní ve směru výslednice působících sil – princip superpozice.

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \ldots\ldots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i$$





Inerciální souřadná soustava - platnost Newtonových zákonů.

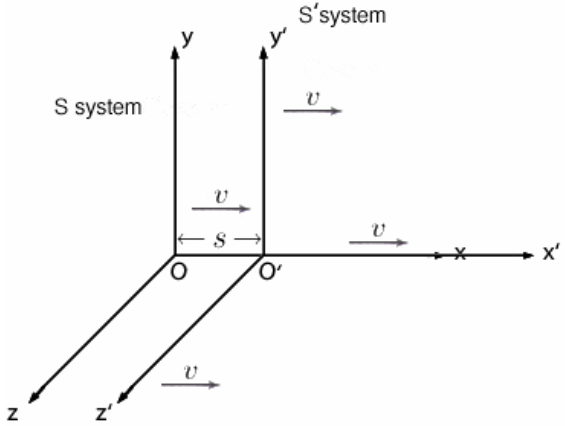
Newtonovy zákony platí pouze v souřadných soustavách (ss), které jsou buď v klidu, nebo se pohybují rovnoměrným přímočarým pohybem. Pouze v těchto ss platí druhý a třetí Newtonův zákon. Tyto ss označujeme pojmem inerciální souřadné soustavy.

Galileova transformace

Transformační vztahy při přechodu mezi dvěma inerciálními souřadným soustavami:

Transformace souřadnic.

$$x = x' + vt' \qquad x' = x - vt$$
$$y = y' \qquad y' = y$$
$$z = z' \qquad z' = z$$
$$t = t' \qquad t' = t$$



Transformace rychlostí.

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + v\frac{dt'}{dt} = \frac{dx'}{dt'} + v = v'_x + v$$
$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt} = \frac{dy'}{dt'} = v'_y$$
$$v_z = \frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt} = \frac{dz'}{dt'} = v'_z$$

Transformace zrychlení.

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x'}{dt^2} = \frac{d^2x'}{dt'^2} = a'_x$$
$$a_y = \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2y'}{dt^2} = \frac{d^2y'}{dt'^2} = a'_z$$
$$a_z = \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d^2z'}{dt^2} = \frac{d^2z'}{dt'^2} = a'_z$$

II. Zákon síly

Časová změna hybnosti tělesa je úměrná působící síle (výslednici vektorového součtu všech sil současně působících na těleso) a má s ní stejný směr.

Fyzikálně správný tvar druhého Newtonova zákona: $$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}$$

Hybnost tělesa hmotnosti m pohybujícího se rychlostí $\mathbf{v}$: $$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

Rozepsáním derivace hybnosti dostaneme vztah z něhož $$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = \frac{dm}{dt}\mathbf{v} + m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}$$

za předpokladu $$\frac{dm}{dt} = 0$$

vyplývá známá formulace zákona síly: $$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = m\frac{d^2}{dt}\mathbf{r} = m\mathbf{a} = \mathbf{F}$$

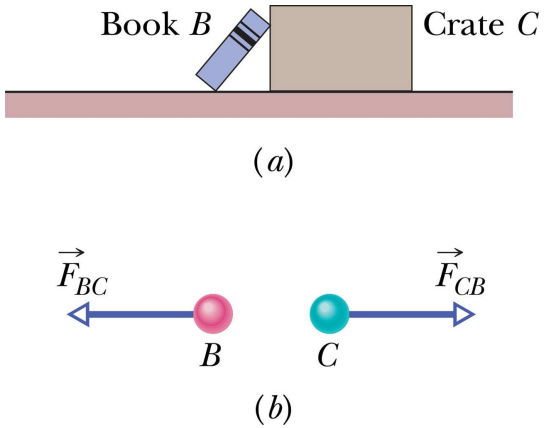
Zákon síly tedy říká, že změna pohybového stavu (rychlosti a směru) tělesa charakterizovaného hybností tělesa je úměrná působící síle. Konstantou úměrnosti je **hmotnost tělesa** - setrvačná hmotnost.

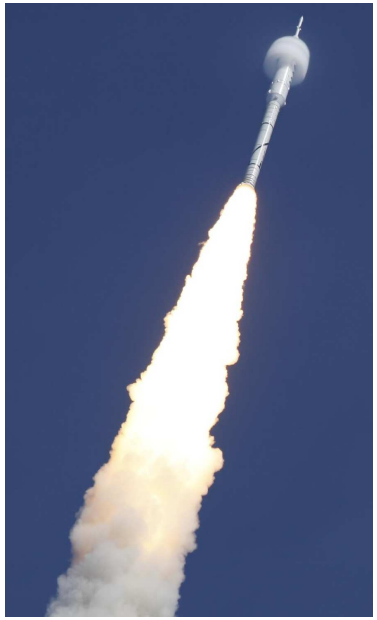
V mezinárodní soustavě jednotek SI je jednotkou síly 1 Newton = 1 N = $1 kgms^{-2}$.

III. Zákon akce a reakce

Každá akce vyvolá vždy stejně velkou reakci opačného směru, vzájemné síly mezi dvěma tělesy mají vždy stejnou velikost a opačný směr:

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$$





Důsledkem platnosti zákona akce a reakce je zákon zachování hybnosti. Příkladem platnosti III. NZ je raketový motor (Ares 1, NASA.)

Zákon zachování hybnosti.

Mějme dvě interagující částice o hmotnostech m_1 a m_2. Síly, které mezi těmito částicemi působí jsou stejné a opačně orientované, pak podle zákona síly je síla rovna časové změně hybnosti a proto platí:

$$\frac{d\mathbf{p}_1}{dt} = -\frac{d\mathbf{p}_2}{dt}$$

Je-li tedy rychlost změny vždy stejná a opačná, pak celková změna hybnosti prvé částice je stejná a opačná než celková změna hybnosti druhé částice. To znamená, že celková časová změna hybnosti izolované soustavy dvou interagujících částic je nulová:

$$\frac{d(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)}{dt} = 0$$

Součet $(\mathbf{p_1} + \mathbf{p_2}) = (m_1\mathbf{v_1} + m_2\mathbf{v_2}) = konst.$ označujeme jako celkovou hybnost dvou částic.

Rozšíření na izolovanou soustavu mnoha částic:

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 + ... = m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2 + m_3\mathbf{v}_3 + ... = konst.$$

Co je to síla – diskuse sil.

K tomu, abychom využili Newtonovy zákony je třeba znát podstatu a charakteristiky fyzikálních sil a jejich matematické vyjádření. Historicky první diskuse o podstatě působící síly je Newtonův gravitační zákon.

Newtonův gravitační zákon

Sílu působící mezi dvěmi hmotným tělesy o hmotnostech ***m*** a ***M*** ležícími ve vzdálenosti $|\mathbf{r}|$ popisuje Newtonův gravitační zákon:

$$\mathbf{F} = G\frac{mM}{|\mathbf{r}|^2}\frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}$$

G je gravitační konstanta.

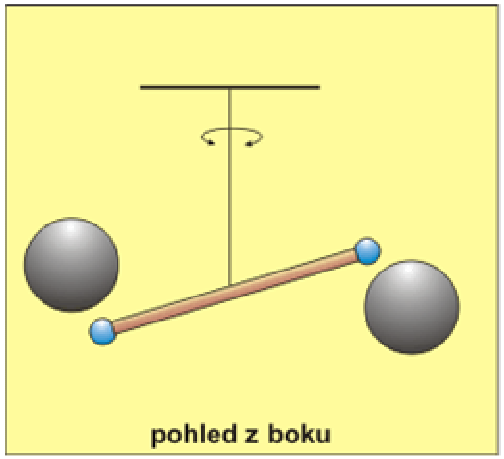
Hmotnosti těles ***m*** a ***M*** v gravitačním zákoně nazýváme gravitační hmotnosti. Ze všech dosud provedených experimentů vyplývá, rovnost gravitační a setrvačné hmotnosti.

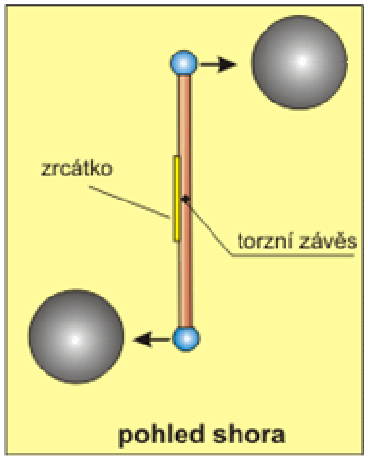
Stanovení hustoty země, gravitační konstanta G

Henry Cavendish (v letech 1797–98) experimentálně určil hustotu zeměkoule, na základě měřením přítažlivé gravitační síly mezi dvěma tělesy. Gravitační přítažlivou sílu působící mezi dvojicí hmotných olověných koulí průměru d = 51 mm, hmotnosti m = 0.73 kg a D = 300 mm, hmotnosti M = 158 kg změřil použitím torzních vah. Ze změřených hodnot vyplývá že hustota zeměkoule je 5.448 ± 0.033 násobek hustoty vody.

Velikost přítažlivé síly působící mezi olověnými koulemi byla velmi malá, 1.47 x 10–7 N, což je přibližně 1/50000000 hmotnosti malé koule.

Hodnota gravitační konstanty vyplývající z Cavendishových měření je $G = 6.74 \times 10^{-11}\ m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}$.





Obr. 1. Henry Cavendish
* 10. 10. 1731 Nice (Francie)
+ 24. 2. 1810 Londýn (Anglie)

Současná hodnota gravitační konstanty je $G = (6{,}6742 \pm 0{,}0010) \times 10^{-11}\ m^3 \cdot s^{-2} \cdot kg^{-1}$ s relativní přesností $1{,}5 \times 10^{-4}$.

Uvažujeme-li pohyb tělesa o hmotnosti *m* v blízkosti Země (hmotnost země *M*) pak Newtonův gravitační zákon přepíšeme do tvaru:

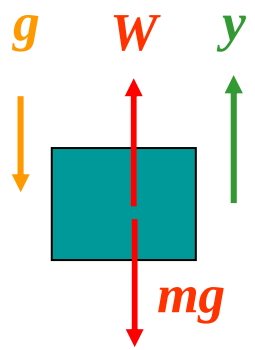
$$\mathbf{F} = G\frac{mM}{|\mathbf{r}|^2}\frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} = m(G\frac{M}{|\mathbf{r}|^2}\frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}) = m\mathbf{g}$$

g je gravitační zrychlení:

$$\mathbf{g} = G\frac{M}{|\mathbf{r}|^2}\frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}$$

Tíha (W)

Síla, kterou musíme působit na těleso, abychom zabránily tělesu ve volném pádu.

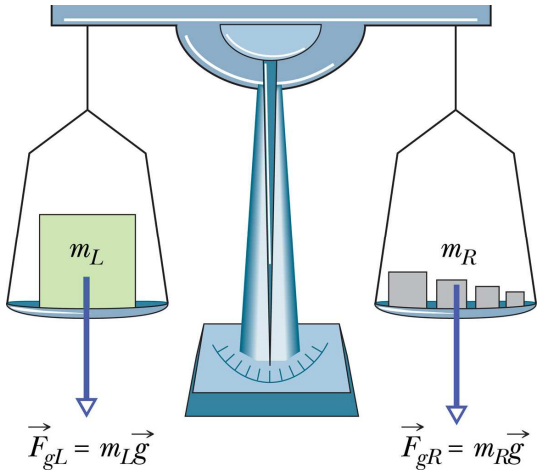


$$F_{\text{net},y} = ma_y = W - mg = 0 \rightarrow W = mg$$

Vážení těles – porovnáváme tíhu tělesa (L) s tíhou standardu (reference R).

Z platnosti vztahu: $\mathbf{F}_{gL} = m_L\mathbf{g} = m_R\mathbf{g} = \mathbf{F}_{gR}$

vyplývá rovnost: $\boxed{m_L = m_R}$



Pozor!

Tíha a hmotnost nejsou obecně stejné! Termín hmotnost používáme ve smyslu míry setrvačnosti tělesa.

Normálová síla

Normálová síla $\mathbf{F}_N$ je síla působící ve směru kolmém k povrchu tělesa.

Příklad: Blok hmotnosti m ležící na stole. $\mathbf{F}_N$ je normálová síla, $\mathbf{F}_g$ je tíha bloku.

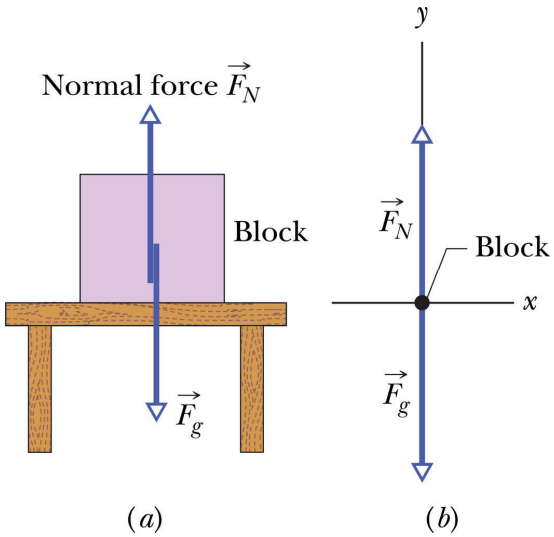
$$\mathbf{F}_N - \mathbf{F}_g = m\mathbf{a}_y$$

$$\mathbf{F}_N - m\mathbf{g} = m\mathbf{a}_y$$

$$\mathbf{F}_N = m\mathbf{a}_y + m\mathbf{g} = m(\mathbf{a}_y + \mathbf{g})$$

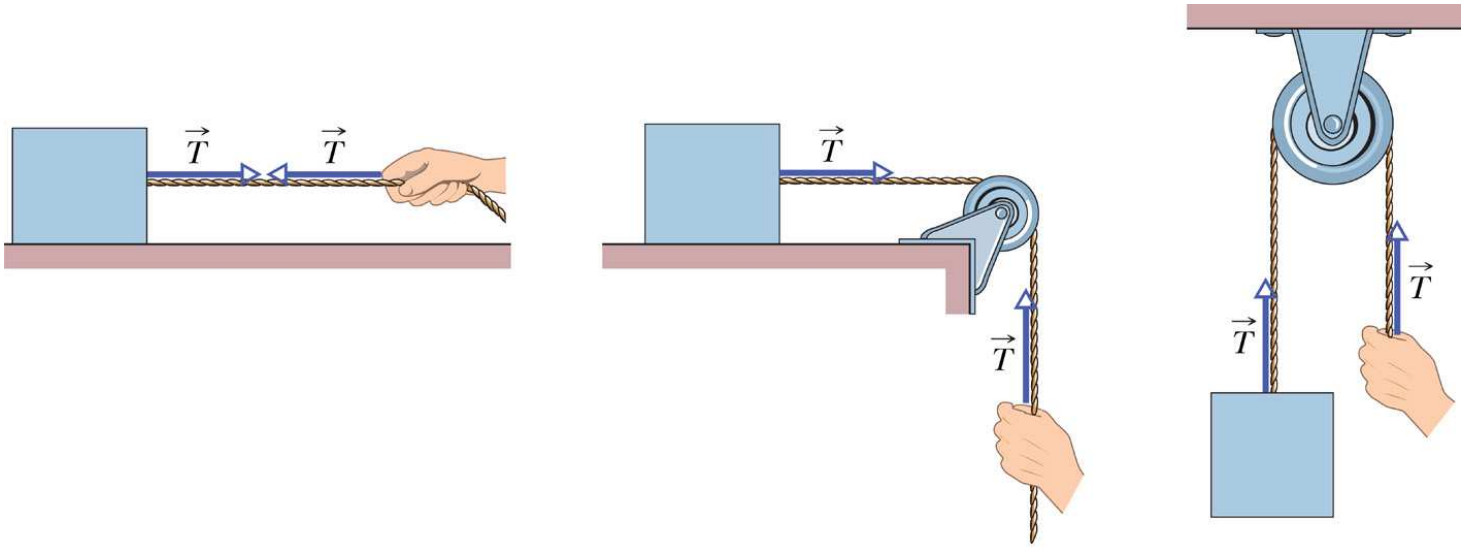
$$\mathbf{a}_y = 0$$

$$\boxed{\mathbf{F}_N = m\mathbf{g}}$$



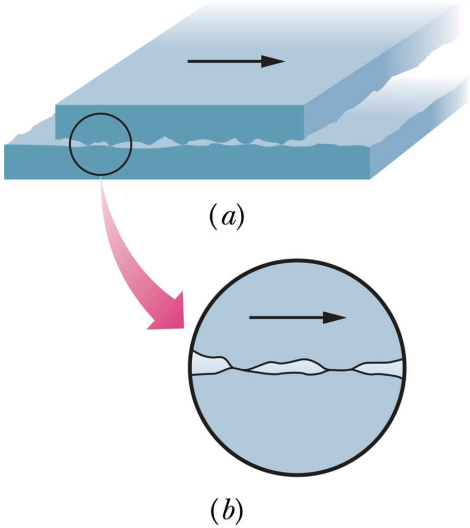
Napětí

Sílu působící v napnutém nebo stlačeném tělese označujeme termínem napětí. Lano na obrázku je napnuté, v důsledku napětí, které v laně vzniká táhneme-li těleso k němuž je lano připevněno.



Tření

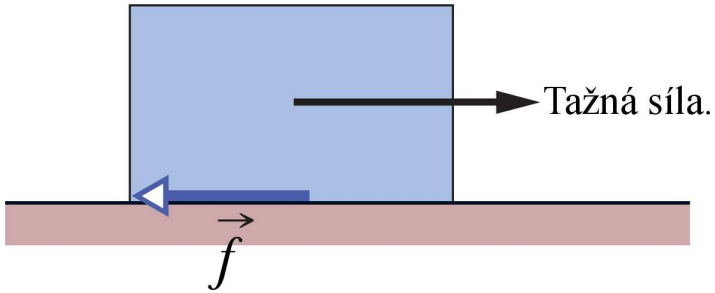
Při pohybu tělesa taženého po povrchu jiného tělesa, dochází ke ztrátám energie, tělesa se v místě vzájemného kontaktu zahřívají. Mechanizmus ztráty energie souvisí s deformací drobných nerovností na povrchu smýkaných těles.
V důsledku těchto deformací vznikají v blízkosti styku smýkaných těles kmity v atomární struktuře obou těles a tedy ke vzniku tepla.



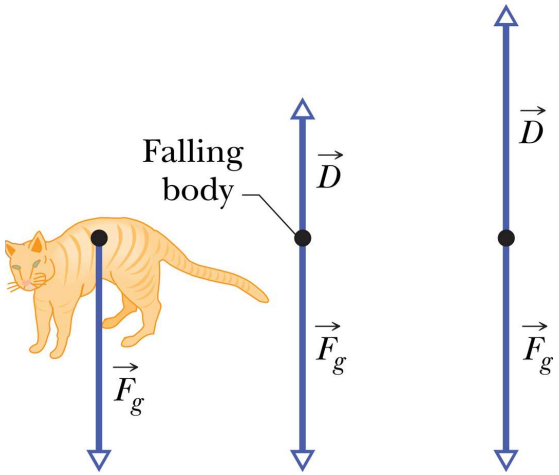
Síla, kterou musíme vynaložit k překonání síly tření je dána empirickým vztahem:

$$\mathbf{f} = \mu \mathbf{N}$$

μ je koeficient smykového tření
N kolmá složka síly (tíhy) k povrchu



Pohyb tělesa v odporujícím prostředí



Kočka padající volným pádem je urychlována gravitační silou se zrychlením g až do okamžiku, kde je gravitační síla $\mathbf{F}_g$ rovna brzdné sile **D**.

Těleso pohybující se v odporujícím tekutém prostředí je brzděno silou působící proti směru pohybu tělesa. Velikost této brzdné síly je dána empirickým vztahem:

$$D = \frac{1}{2} C \rho A v^2$$

kde C je experimentálně zjištěný koeficient, ρ je hustota a A je efektivní průřez tělesa (průmět plochy tělesa do směru kolmého ke směru vektoru rychlosti).

Maximální rychlost (terminální rychlost v_t), které může těleso pohybující se v tekutém odporujícím prostředí dosáhnout vyplývá z rovnic:

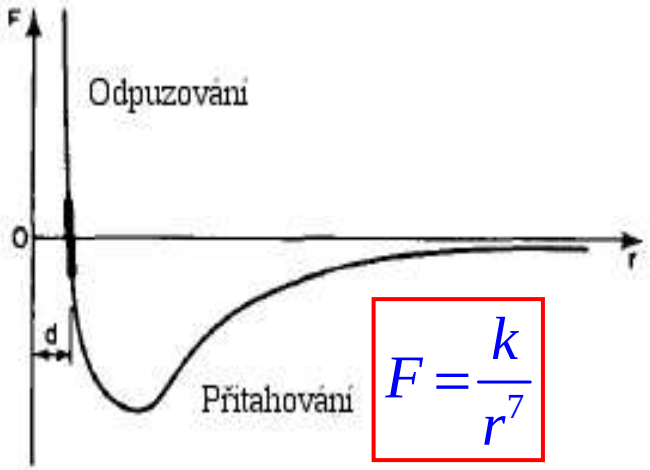
$$D - F_g = ma$$

$$\frac{1}{2} C \rho A v_t - F_g = 0$$

$$v_t = \sqrt{\frac{2F_g}{C\rho A}}$$

Molekulové síly- síly mezi atomy

U nepolárních molekul, (všechny elektrické síly jsou vykompenzovány) působí mezi atomy přitažlivá síla nepřímo úměrná sedmé mocnině vzdálenosti.



$$F = \frac{k}{r^7}$$

Při určité vzdálenosti atomů, v obrázku označeno písmenem *d*, jsou odpudivé a přítažlivé síly vyrovnány, další zmenšování vzdálenosti mezi atomy vede silnému odpuzování atomů.

Naopak je-li síla, která atomy vzdaluje dostatečně silná, atomy se oddělí a vazba se zruší.

Elektrické síly

Síly působící mezi elektricky nabitými částicemi.

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{|R|^2}\frac{\mathbf{R}}{|R|}$$

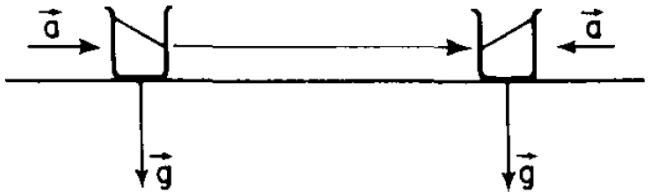
Jaderné síly

Síly působící v jádrech atomů, jsou to síly krátkého dosahu ($r_0 = 10^{-15}$m), platí pro ně zákony kvantové mechaniky, ne newtonovské zákony.

$$F = \frac{1}{r^2}\exp\left(-\frac{r}{r_0}\right)$$

Setrvačné síly

Někdy jsou označovány jako neskutečné, nepravé nebo fiktivní síly. Jsou důsledkem toho, že pozorovatel se nenachází v inerciální soustavě, jež je nejjednodušší souřadnicovou soustavou, nýbrž v soustavě, která koná zrychlený pohyb.



Jednoduchou ilustrací je experiment s pohárem naplněným vodou, který posouváme po stole. Na vodu působí tíha směrem dolů, ale v důsledku horizontálního zrychlení na ni působí i nepravá síla ve směru opačném ke zrychlení. Výslednice sil gravitační a nepravé síly svírá s vertikálou určitý úhel, povrch vody bude po dobu zrychlování k této výslednici kolmý a hladina vody bude s rovinou stolu svírat určitý úhel. Když přestaneme posunovat pohár a ten se v důsledku tření začne zpomalovat nepravá síla změní svůj směr a hladina vody bude sahat výše na předním okraji poháru.

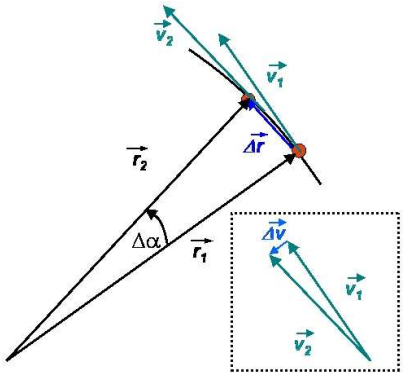
Dalším příkladem setrvačných sil jsou odstředivá a Corriolisova síla, které se objevují v rotujících souřadných soustavách.

Zajímavé je, že setrvačné síly jsou úměrné hmotnosti, podobně jako síla gravitační!! Co s tím, je gravitace také setrvačnou silou; Einstein → Obecná teorie relativity?

Normálové -dostředivé zrychlení

Uvažujme polohový vektor **r** vyjádřený jako funkce překonané dráhy *s*: $\vec{r} \equiv \vec{r}(s(t))$

Rychlost pohybu pak lze psát ve tvaru: $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{ds}\frac{ds}{dt} = v\vec{\tau}_0$



Kde $\boxed{\vec{\tau}_0 = \frac{d\vec{r}}{ds}}$ je jednotkový vektor, tečný k dráze pohybu tělesa.

Zrychlení působící na těleso pohybující se po zakřivené dráze pak dostaneme: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{ds}\vec{\tau}_0 + v\frac{d\vec{\tau}_0}{dt}$

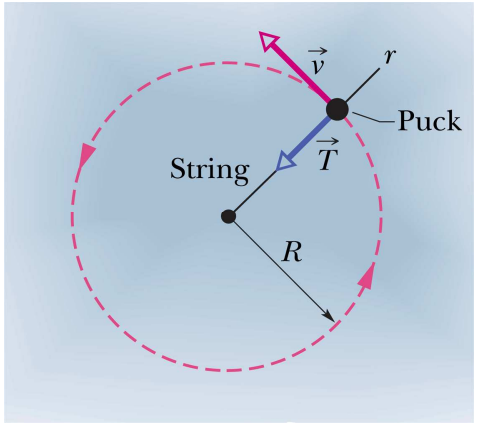
Úpravou získáme vztah: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{ds}\vec{\tau}_0 + \frac{v^2}{r}\vec{\nu}_0 = a_t\vec{\tau}_0 + a_n\vec{\nu}_0$ kde:

$\boxed{\vec{a}_t = \frac{dv}{ds}\vec{\tau}_0 = a_t\vec{\tau}_0}$ je tečné zrychlení a $\boxed{\vec{a}_n = \frac{v^2}{r}\vec{\nu}_0 = a_n\vec{\nu}_0}$ je normálové zrychlení.

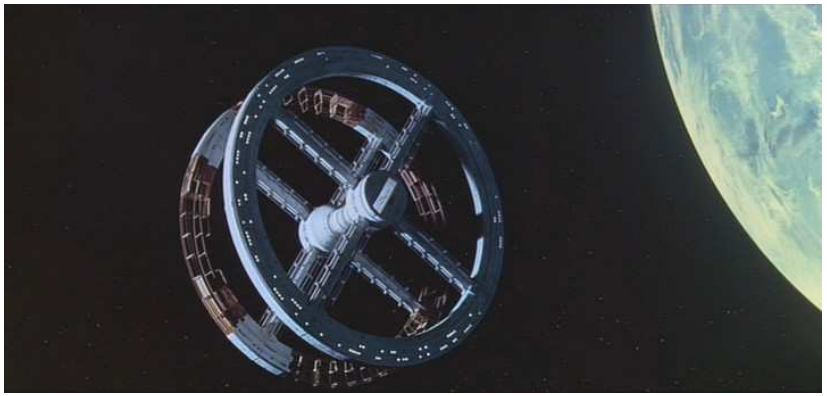
$\vec{\tau}_0$ je jednotkový tečný vektor, $\vec{\nu}_0$ je jednotkový normálový vektor, mířící ke středu křivosti.

Rovnoměrný kruhový pohyb – dostředivá síla

Dostředivá síla působí na tělesa pohybující se po zakřivené dráze-působí ve směru ke středu. Reakcí dostředivé síly je síla odstředivá působí ve směru vazby ale v opačném směru. Na obrázku je dostředivá síla reprezentovaná mechanickým upevněním, strunou k níž je rotující těleso (puk) upevněno. Dostředivou silou je například třecí síla působící na automobil projíždějící zatáčkou (drží automobil na silnici), gravitační síla působící na obíhající planety atd.



$$F = m\frac{v^2}{r}$$



Stanley Kubrick a Arthur C. Clarke, 1968: Space odyssey 2001

Vesmírné město.