

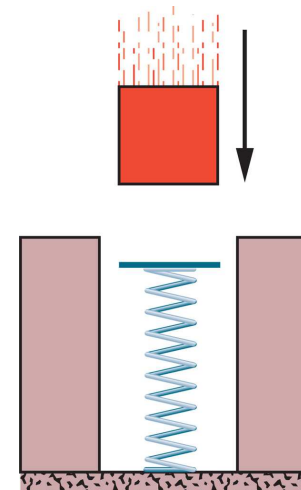
Cvičení_IV.

Příklad 1.

Blok hmotnosti $m = 250 \text{ g}$ dopadne z výšky na stojící relaxovanou pružinu (konstanta pružnosti $k = 2,5 \text{ N/cm}$). Od okamžiku počátečního kontaktu s pružinou až do okamžiku zastavení urazí dráhu 12 cm .

Otázky:

- a) Jakou práci vykoná gravitační síla na bloku?
- b) Jakou práci vykoná pružina na bloku?
- c) Jaká je rychlost bloku před dopadem na pružinu?
- d) Je-li rychlost bloku před dopadem na pružinu dvojnásobná, jaké je maximální stlačení pružiny.



Ad. a) $W_1 = mgd = (0.25 \text{ kg}) (9.8 \text{ m/s}^2) (0.12 \text{ m}) = 0.29 \text{ J}$

Ad. b) $W_2 = -\frac{1}{2}kd^2 = -\frac{1}{2} (250 \text{ N/m}) (0.12 \text{ m})^2 = -1.8 \text{ J}$

Ad. c) $\Delta K = 0 - \frac{1}{2}mv_i^2 = W_1 + W_2$

$$v_i = \sqrt{\frac{(-2)(W_1 + W_2)}{m}} = \sqrt{\frac{(-2)(0.29 \text{ J} - 1.8 \text{ J})}{0.25 \text{ kg}}} = 3.5 \text{ m/s}$$

Ad. d) $0 - \frac{1}{2}mv_i'^2 = W_1' + W_2' = mgd' - \frac{1}{2}kd'^2$

$$d' = \frac{mg + \sqrt{m^2g^2 + mkv_i'^2}}{k}$$

Příklad 2.

Určete práci vykonanou silou $\vec{F} = (2x\vec{i} + 3\vec{j})N$

při přesunu tělesa po dráze mezi krajními body jejichž polohové vektory jsou:

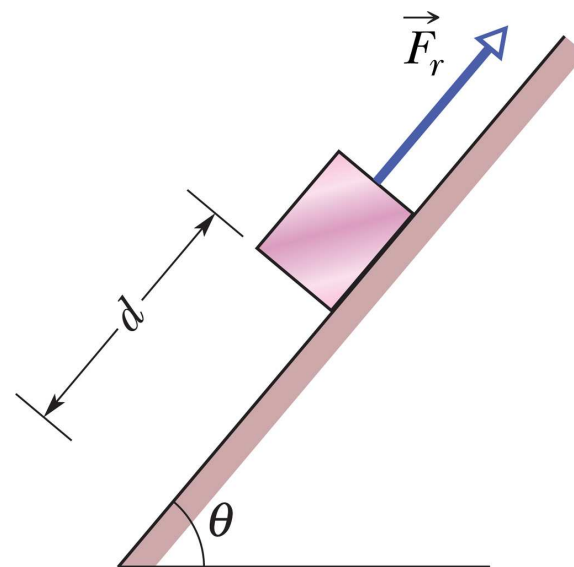
$$\vec{r}_i = (2m)\vec{i} + (3m)\vec{j}, \quad \vec{r}_f = (-4m)\vec{i} - (3m)\vec{j}$$

Výpočet:

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx + \int_{y_i}^{y_f} F_y dy = \int_2^{-4} (2x) dx + \int_3^{-3} (3) dy$$

Příklad 3.

Ledový kvádr klouže bez tření dolů po šikmé rampě svírající s rovinou úhel $\theta = 50^\circ$. Kvádr je připevněn k lanu a je při pohybu brzděn silou $F_r = 50 \text{ N}$ mířící proti směru pohybu kvádru, přenášenu připevněným lanem. Na dráze $d = 0,5 \text{ m}$ se zvýší kinetická energie ledového kvádru o 80 J . O kolik by byla větší kinetická energie ledového kvádru, pokud by nebyl připevněn k lanu?



$$\Delta E_{i \rightarrow f} = E_f - E_i = W_a + W_g$$

$$W_a - W_g = 0 \rightarrow W_a = -W_g$$

$$W_a = -(50 \text{ N})(0.50 \text{ m}) = -25 \text{ J}$$

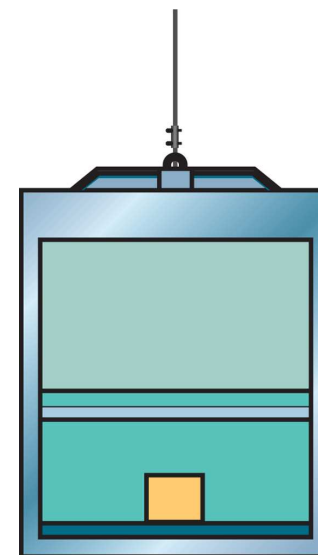
Příklad 4.

Blok sýra hmotnosti $m = 0,25 \text{ kg}$ leží na podlaze kabiny výtahu hmotnosti $m = 900 \text{ kg}$. Kabina se pohybuje nahoru nejprve na vzdálenost $d_1 = 2,4 \text{ m}$ a poté $d_2 = 10 \text{ m}$.

Otázky:

1) Jakou práci vykoná tažná síla lana na kabině výtahu na vzdálenosti d_1 , je-li normálová síla jíž působí podlaha výtahu na sýr $F_N = 3 \text{ N}$.

2) Je-li práce, kterou vykoná konstantní síla tažného la na kabině na dráze d_2 , $W_a = 92,61 \text{ kJ}$, jaká je velikost F_N ?



Ad. 1:

$$F + F_N - (m + M)g = (m + M)a$$

$$F_N - mg = ma \Rightarrow a = \frac{3.00 \text{ N} - (0.250 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)}{0.250 \text{ kg}} = 2.20 \text{ m/s}^2$$

$$F = (m + M)(a + g) - F_N = 1.08 \times 10^4 \text{ N}$$

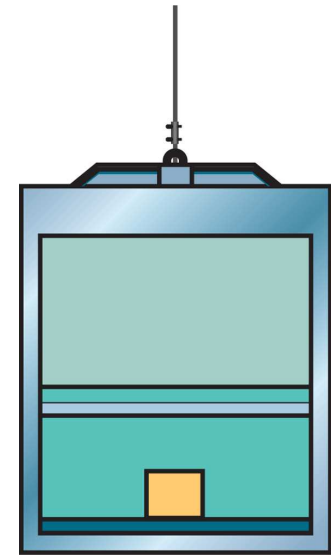
$$W = Fd_1 = (1.80 \times 10^4 \text{ N})(2.40 \text{ m}) = 2.59 \times 10^4 \text{ J}$$

Příklad 4.

Ad. 2:

$$F_N = (m + M)g - \frac{W}{d_2}$$

$$F_N = (0.250 \text{ kg} + 900 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) - \frac{9.261 \times 10^4 \text{ J}}{10.5 \text{ m}} = 2.45 \text{ N}$$



Příklad 5.

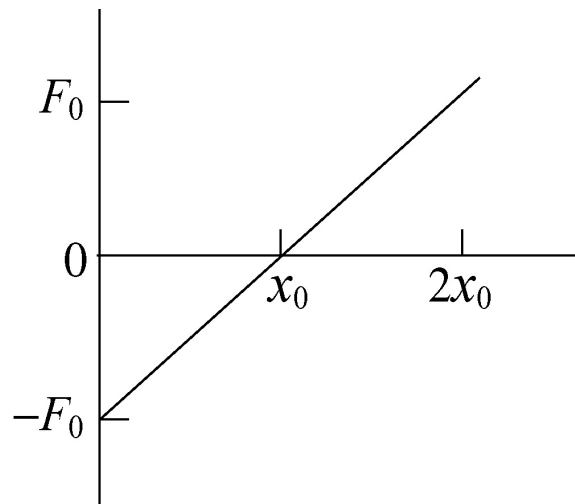
Síla $F = F_0 \left(x / x_0 - 1 \right)$ působí na částici ve směru osy x . Jakou práci síla vykoná na částici mezi místy $x = 0$ a $x = 2x_0$?

a) Nakreslete graf $F(x)$ a určete práci na základě nakresleného grafu.

b) Integrací $F(x)$.

Ad. 1:

$$(2x_0 - x_0)(F_0) / 2 = (x_0)(F_0) / 2$$



Ad. 2:

$$W = \int_0^{2x_0} F_0 \left(\frac{x}{x_0} - 1 \right) dx = F_0 \left(\frac{x^2}{2x_0} - x \right) \Bigg|_0^{2x_0} = 0$$

Příklad 6.

Síla $F = 5,0 \text{ N}$ působí na těleso hmotnosti $m = 15 \text{ kg}$, které bylo na počátku v klidu.

Určete práci síly na tělese v:

a) první, b) druhé a c) třetí sekundě.

d) Okamžitý výkon síly na konci třetí sekundy.

Ad. a),b),c):

$$W = \int_{t_1}^{t_2} P dt = \int_{t_1}^{t_2} F v dt$$

$$v = v_0 + at = (F/m)t$$

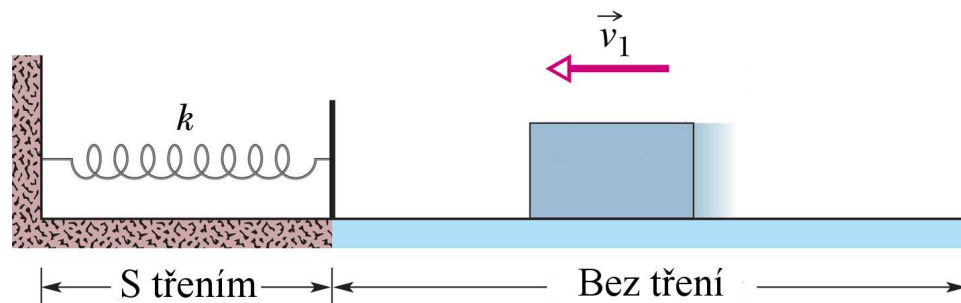
$$W = \int_{t_1}^{t_2} (F^2 / m)t dt = \frac{1}{2} (F^2 / m)(t_2^2 - t_1^2)$$

Ad. d):

$$P = F^2 t / m$$

$$P = \left(\frac{(5.0 \text{ N})^2 (3.0 \text{ s})}{15 \text{ kg}} \right) = 5,0 \text{ W}$$

Příklad 7.



Krabice o hmotnosti $m = 2 \text{ kg}$ klouže po podlaze rychlostí $v = 4,0 \text{ m/s}$. Po nějaké době narazí do nárazníku s pružinou, který zbrzdí pohyb krabice až do klidu. Pohyb krabice před nárazem do nárazníku probíhá bez tření, od okamžiku kontaktu s nárazníkem až do zastavení krabice působí mezi krabicí a podlahou třecí síla o velikosti 15 N . Určete stlačení pružiny d v okamžiku zastavení krabice, je-li konstanta pružnosti $k = 10000 \text{ N/m}$.

Ze zákona zachování energie izolovaného systému krabice-pružina-podlaha-zed':

$$E_{\text{mech},2} = E_{\text{mech},1} - \Delta E_{\text{th}}$$

$$E_{\text{mech},1} = E_{\text{kin},1} + E_{\text{pot},1} = \frac{1}{2}mv_1^2 + 0 \quad E_{\text{mech},2} = E_{\text{kin},2} + E_{\text{pot},2} = 0 + \frac{1}{2}kd^2$$

$$\Delta E_{\text{th}} = f_{\mu}d \quad 5000d^2 + 15d - 16 = 0 \rightarrow d = 0,055m$$