



Elektrostatika.

Přednášející:

RNDr. František Adamec, CSc.

Ústav fyziky a biofyziky JČU v Českých Budějovicích

Na základě učebnic:

Halliday, Resnick

Fundamentals of Physics 8th Edition, Wiley 2005

Feynman, Leighton, Snads

Feynmanovy přednášky z fyziky

Fragment 2000

Elektrický náboj.

Elektrický náboj je základní vlastnost hmoty, projevující se navenek vzájemným silovým působením mezi jejími nositeli. Existují dvě formy této vlastnosti, historicky označované jako **kladná (+) a záporná forma (-)**.

Elektrický náboj je vlastnost, která je **kvantována**, to znamená, že existuje její nejmenší množství, **elementární náboj**, velikost tohoto elementárního náboje je $1,602\,176\,487 \times 10^{-19} \text{ C}$. Náboj větší než je elementární je pak jeho celočíselným násobkem. Nositeli kladného nebo záporného elementárního množství náboje jsou elementární částice. Náboj **elektronu** je $e = -1,602\,176\,487 \times 10^{-19} \text{ C}$, náboj **protonu** je $p = +1,602\,176\,487 \times 10^{-19} \text{ C}$. Vedle nabitých částic existují částice nesoucí nulový náboj například neutron.

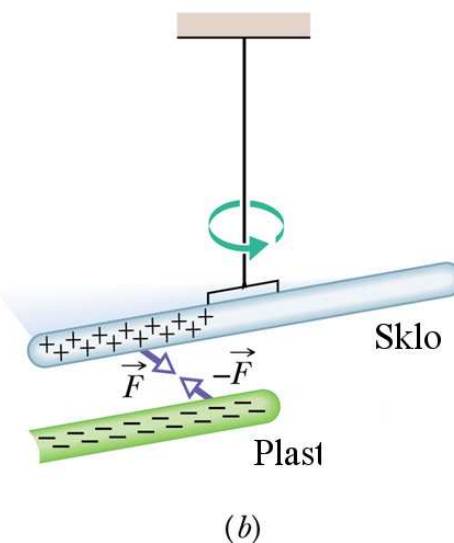
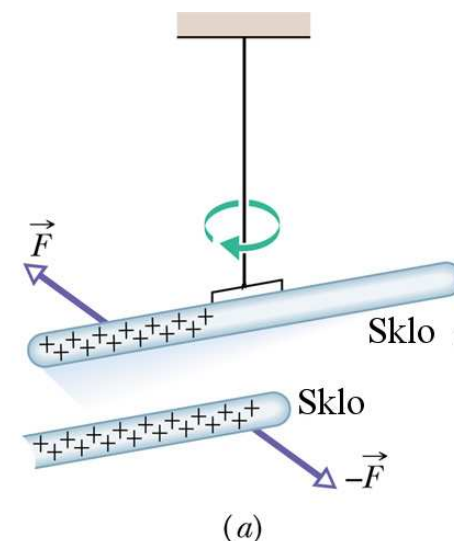
Elektrický náboj **se zachovává**, to znamená, že není možné, aby náboj zanikl, aniž by stejné množství náboje vzniklo.

Elektrický náboj – experimenty I.

V běžném životě, jsou tělesa **elektricky neutrální**, to znamená, že množství kladných a záporných nábojů je v nich stejné, kladné a záporné náboje se navzájem vykompenzují. Těleso se stane nabitým, je-li rovnováha v počtu kladných a záporných nábojů porušena nebo jsou kladné a záporné náboje vzájemně prostorově odděleny.

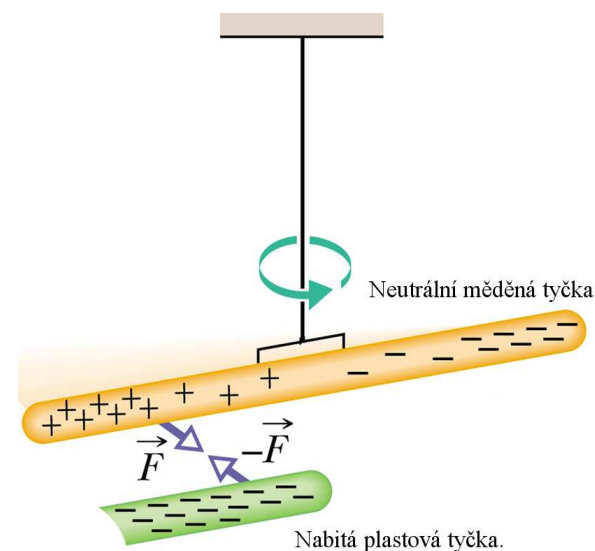
Příkladem je vytvoření **lokálního kladného náboje** ve skleněných tyčích mechanickým třením konců tyčí kusem hedvábné látky. Přiložíme-li kladně nabitě tyče k sobě, budou se **vzájemně odpuzovat**, obrázek (a).

Naopak lokální **záporný náboj** vytvoříme v plastové tyči kusem kůže z baziliška. Přiložíme-li plastovou tyč nesoucí záporný náboj ke skleněné kladně nabitě tyči, budou se **vzájemně přitahovat**, obrázek (b).

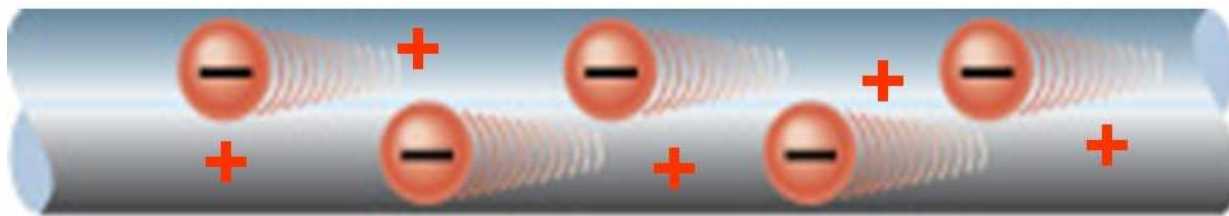


Elektrická indukce.

Máme měděnou tyčku zavěšenou na niti, tyčka nenese žádný náboj. Přiložíme-li do těsné blízkosti měděné tyčky záporně nabitou plastovou tyčku pozorujeme, že měděná tyčka, která původně nenesla žádný náboj je platovou tyčkou přitahována. To znamená, že v měděné tyčce se musel vytvořit makroskopický kladný náboj. Záporný náboj plastové tyčky způsobil v důsledku vzájemného odpuzování záporných nábojů odtlačení záporných nosičů náboje-elektronů-na druhý konec měděné tyčky. Z experimentu také vyplývá, že nosiče záporného náboje v kovové měděné tyčce jsou volné a mohou se tedy pohybovat, na rozdíl od kladně nabitých atomů v mříži měděné tyčky. Záporné nosiče náboje v plastové tyčce však svou polohu nezměnily a tyčka zůstává stále záporně nabitá. Tomuto jevu se říká **elektrická indukce**.



Vodiče a izolanty.



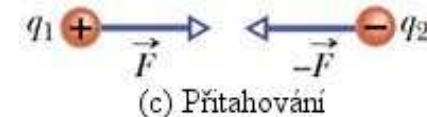
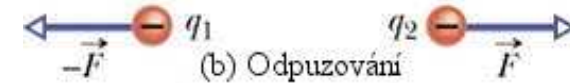
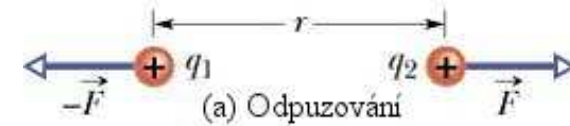
Vodiče jsou materiály, v nichž se náboje mohou volně pohybovat. Nosiče náboje-elektrony-se volně pohybují látkou, kladně nabití ionty atomů kovu zůstávají pevné v krystalové mříži. Příkladem je většina kovů.

Na rozdíl od kovů se v **izolantech** nosiče náboje nemohou volně pohybovat, jsou vázány, z jejich rovnovážných poloh je lze pouze vychýlit, hovoříme o jevu **polarizace** látky.

Silové působení mezi náboji.

Náboje stejného znaménka (++, --) se odpuzují, naopak náboje rozdílných znamének (+-) se přitahují. Vzájemné silové působení mezi náboji popisuje Coulombův zákon:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{R}|^2} \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|}$$
$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$$



Konstanta ϵ je konstantou charakterizující prostředí mezi působícími náboji, označujeme ji permitivita. Permitivitu vakua označujeme ϵ_0 .

Podobnost s Newtonovým gravitačním zákonem je pouze formální. Gravitační síla je na rozdíl od síly působící mezi náboji vždy přitažlivá. Poměr elektrostatické odpudivé síly mezi dvěma elektrony k jejich vzájemné gravitační přitažlivosti je:

$$\frac{\text{elektrostatická odpudivost dvojice elektronů}}{\text{gravitační přitažlivost dvojice elektronů}} = 4,17 \cdot 10^{42}$$

Jednotka elektrického náboje.

SI jednotkou náboje je 1 Coulomb, [1C]. Při definování jednotky náboje můžeme vycházet ze vzájemného silového působení mezi dvěma náboji o jednotkové velikosti, vzdálenými v dohodnuté vzdálenosti, například 1 metr. Potom z Coulombova zákona za předpokladu, $r = 1$, $q = 1\text{C}$ vyplývá pro velikost síly již na sebe vzájemně působí dva náboje o velikosti 1 C:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2} \rightarrow F = \frac{1}{4 \cdot 3.14 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}} \frac{1^2}{1^2} = 8.99 \cdot 10^9 \text{ N}$$

Tedy řekneme, že dvě nabitá tělesa vzdálená jeden metr nesou každé náboj jednoho Coulombu jestliže na sebe působí silou $8.99 \cdot 10^9 \text{N}$.

Stanovení velikosti náboje podle takto zavedené definice však není příliš přesné. Proto se zavádí definice založená na definici jednotky elektrického proudu, tj. množství elektrického proudu procházejícího za jednotku času jednotkovou plochou. Jednotkou elektrického proudu je 1 Ampér, [1A]. 1 Coulomb pak lze na základě definice jednotky elektrického proudu definovat s výrazně větší přesností.

Pozn.: Zavedu později.

Coulombův zákon a princip superpozice.

Síla, kterou působí na daný náboj ostatní náboje v jeho okolí je dána vektorovým součtem sil působících mezi vybraným nábojem a každým jednotlivým nábojem zvlášť.

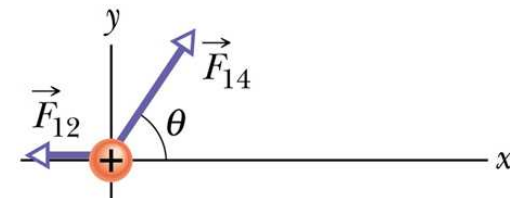
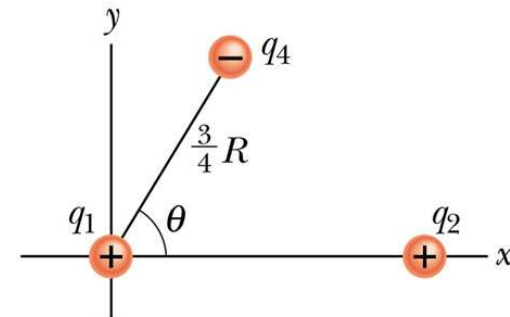
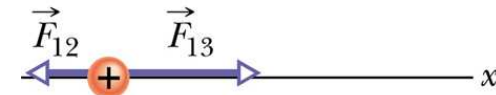
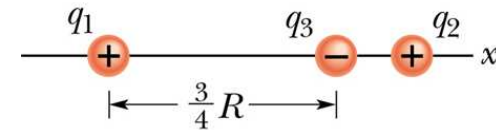
$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \dots + \vec{F}_{1n} = \sum_{i=2}^n \vec{F}_{1i}$$

Síla, působící od obou nábojů q_2 a q_3 na náboj q_1 je vektorovým součtem sil $\vec{F}_{12}$ a $\vec{F}_{13}$.

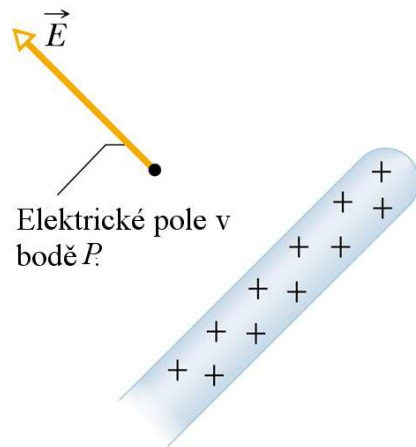
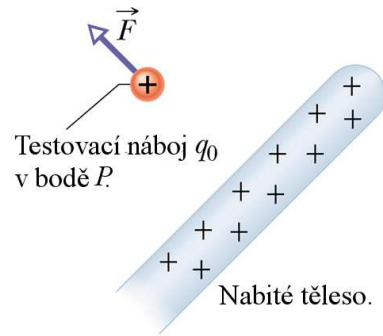
$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13}$$

Síla, působící od obou nábojů q_2 a q_4 na náboj q_1 je vektorovým součtem sil $\vec{F}_{12}$ a $\vec{F}_{14}$.

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{14}$$



Elektrické pole.



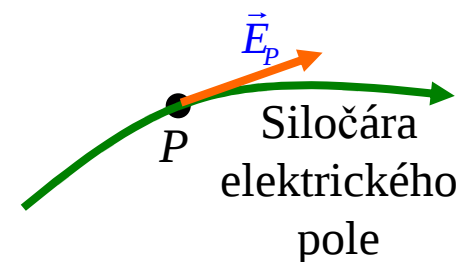
Vezměme velmi malý kladně nabitý náboj velikosti q_0 - **testovací náboj**, který budeme klást do různých míst v okolí kladně nabitého tělesa. Síla, která působí na testovací náboj je v různých místech P v okolí nabitého tělesa různě veliká a různého směru, je dána Coulombovým zákonem. Z pokusu vyplývá, že v okolí nabitých těles existuje oblast v níž na nabitá tělesa působ síla. Toto silové působení vysvětlujeme existencí **elektrické pole** obklopujícího nabitá tělesa. **Elektrické pole** je charakterizováno **vektorem elektrické intenzity $\vec{E}$** . Směr vektoru **intenzity elektrické pole** je stejný jako vektor síly dané Coulombovým zákonem.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{|\vec{R}|^2} \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|}$$

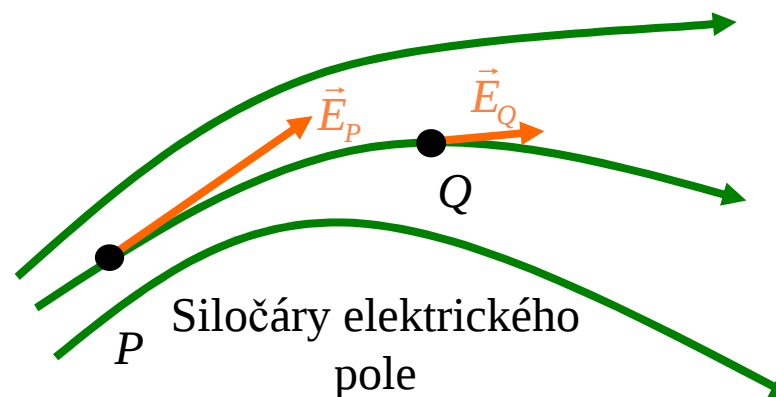
Velikost testovacího náboje musí být taková, aby jeho pole neovlivňovalo rozložení náboje v tělese, jehož elektrické pole měříme. SI jednotkou vektoru elektrické intenzity je NC^{-1} .

Grafické znázornění elektrického pole - siločáry.

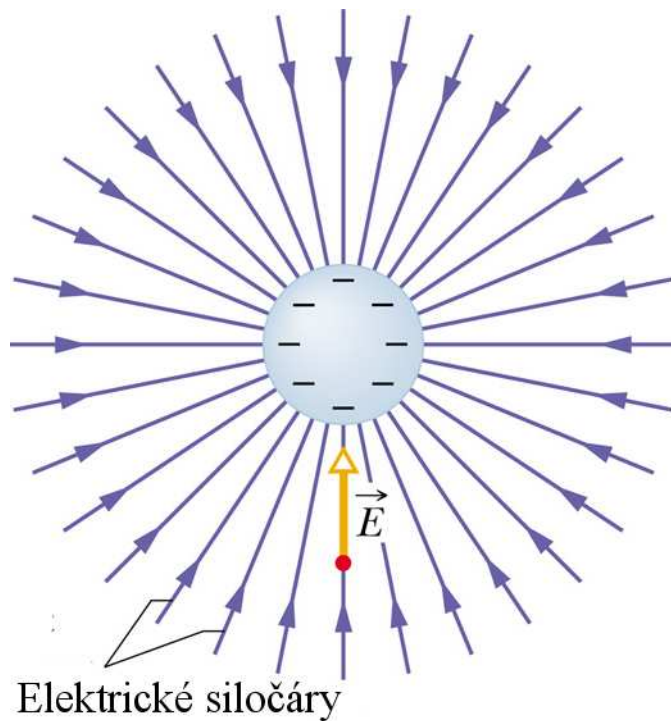
V 19. století Michael Faraday zavedl pojem elektrické siločáry, jako pomůcku k znázornění elektrického pole. Počátek elektrické siločáry leží v kladném náboji konec v záporném náboji. Vektor elektrické intenzity $\mathbf{E}$ je tečný k siločáře v každém bodě siločáry.



V místech s vyšší intenzitou $\mathbf{E}_P$ elektrického pole jsou siločáry hustější a blízko sebe, v místech s menší intenzitou $\mathbf{E}_Q$ jsou naopak řidší a dále od sebe. Pro velikosti vektorů elektrické intenzity platí tedy nerovnost $E_P > E_Q$



Elektrické pole a elektrické siločáry v okolí záporného bodového náboje.

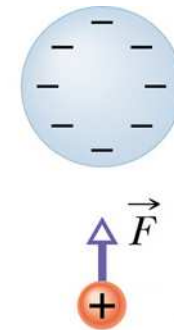


Silocháry elektrického pole **záporného bodového náboje** jsou orientovány ve směru k zápornému náboji.

Orientace siločar určuje orientaci vektoru elektrické intenzity.

Hustota siločar na jednotkovou plochu vzrůstá se zmenšující se vzdáleností od náboje.

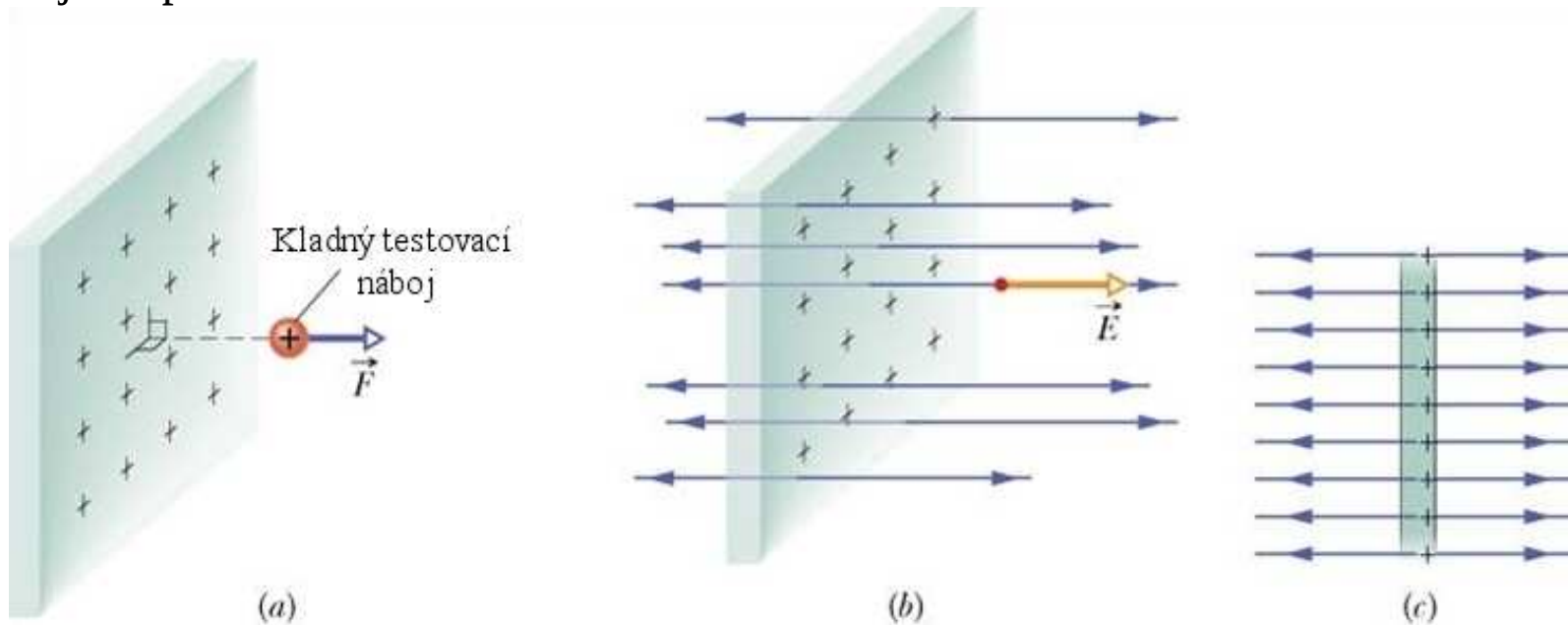
V případě **kladného náboje** je orientace siločar opačná, od kladného náboje.



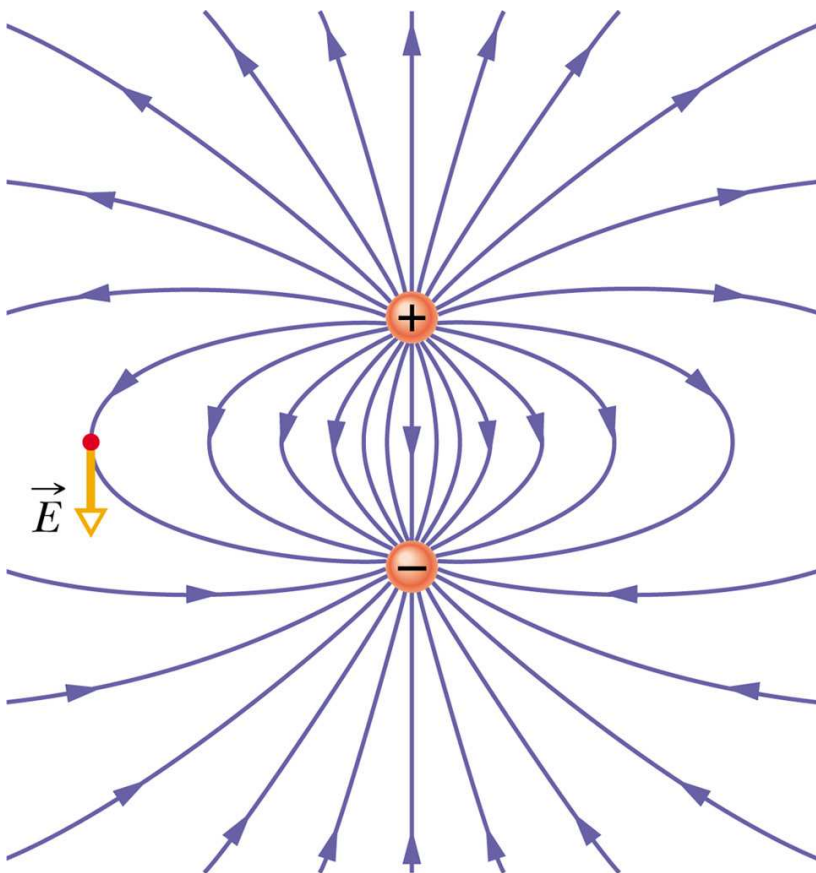
Kladný testovací náboj

Elektrické pole a elektrické siločáry v případě nekonečné nabité roviny.

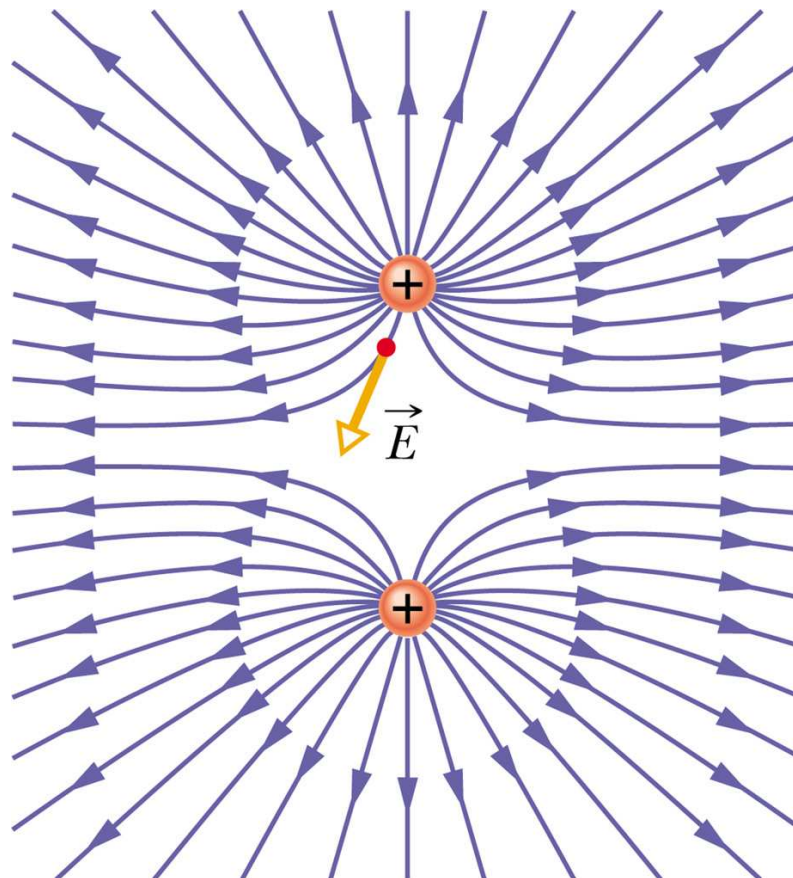
Mějme nekonečně velkou nevodivou rovinu (její část je na obrázku (a)) nesoucí na jedné straně rovnoměrně rozložený kladný náboj. Celková síla působící na testovací náboj q vložený do blízkosti nabité roviny bude vždy kolmá k této rovině, obrázek (a). Vektor intenzity elektrického pole $\mathbf{E}$ bude mířit ve směru působící síly ven z nabitě roviny, obrázek (b) a (c). Velikost vektoru intenzity elektrického pole $\mathbf{E}$ bude ve všech místech stejně vzdálených od roviny stejná, v důsledku rovnoměrného rozložení náboje na ploše.



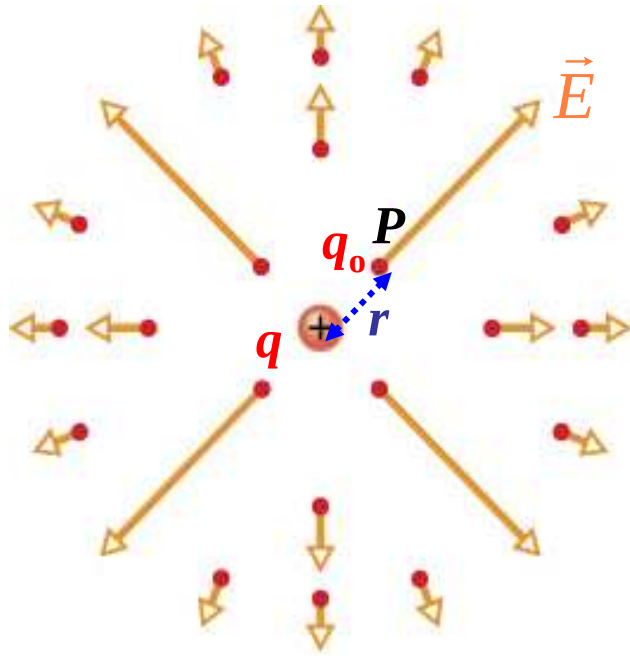
Elektrické pole vytvořené dvojicí stejně velkých opačných elektrických nábojů umístěných v konečné vzdálenosti- elektrickým dipólem.



Elektrické pole vytvořené dvojicí stejných kladných nábojů umístěných v konečné vzdálenosti.



Elektrické pole bodového náboje.



Síla působící na bodový kladný testovací náboj q_0 umístěného do místa P vzdáleného r od bodového kladného náboje q je dána vztahem:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q||q_0|}{r^2}$$

Velikost vektoru intenzity $\mathbf{E}$ vektorového pole bodového náboje je dána vztahem:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2}$$

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q||q_0|}{q_0 r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2}$$

Velikost vektoru intenzity E elektrického pole vytvořeného kladným bodovým nábojem q je kladná veličina. Vektor $\mathbf{E}$ míří ve směru od kladného náboje q , naopak je-li náboj q záporný, pak vektor $\mathbf{E}$ míří k náboji q .

Elektrické pole několika bodových nábojů.

Mějme tři vektory $q_1 = +2Q$ a $q_2 = -2Q$ a $q_3 = -4Q$, každý leží ve vzdálenosti d od počátku souřadné soustavy. Jaká je výsledná intenzita elektrického pole vytvořeného všemi třemi náboji v počátku souřadné soustavy?

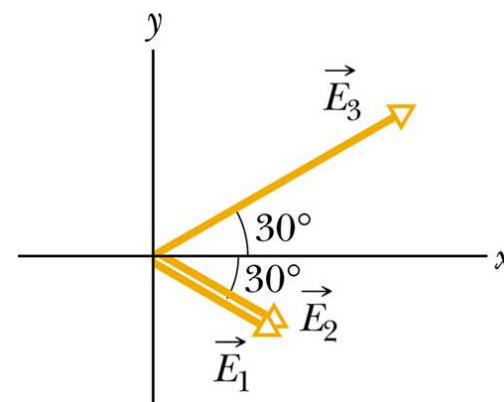
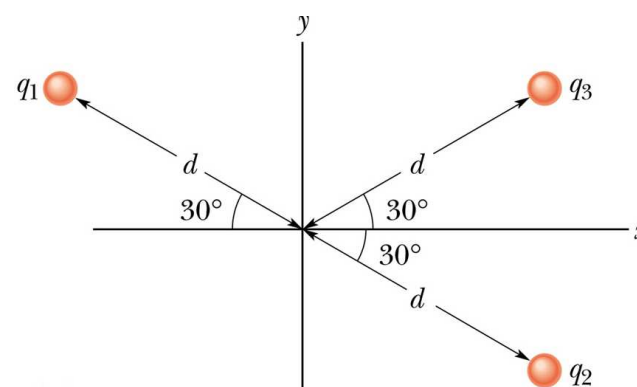
Velikosti vektorů intenzity elektrického pole jednotlivých nábojů jsou:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{d^2}$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{d^2}$$

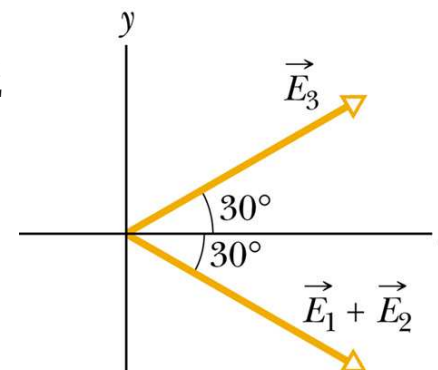
$$E_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4Q}{d^2}$$

Orientace vektorů elektrické intenzity závisí na znaménku nábojů $q_1 = +2Q$ a $q_2 = -2Q$ a $q_3 = -4Q$:



Vektory $\mathbf{E}_1$ a $\mathbf{E}_2$ mají stejnou velikost, směr i orientaci, tudíž elektrická intenzita jejich součtu je dána:

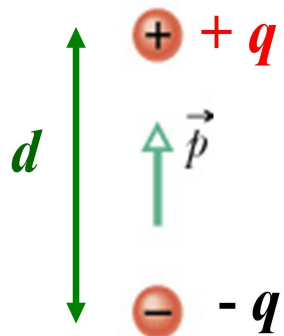
$$E_{12} = E_1 + E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{d^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{d^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4Q}{d^2}$$



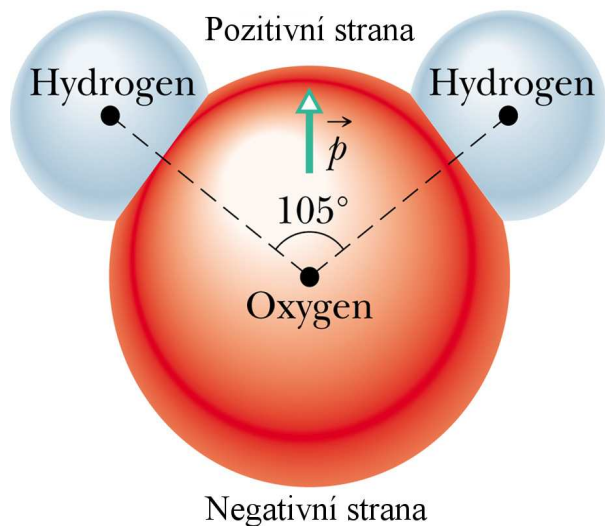
Velikost vektoru $\mathbf{E}_{12}$ je rovna velikosti vektoru $\mathbf{E}_3$, výsledná intenzita $\mathbf{E}$ v počátku je dána jejich vektorovým součtem:

$$E = 2E_{3x} = 2E_3 \cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4Q}{d^2} \cdot (0,866) = \frac{6,93Q}{4\pi\epsilon_0 d^2}$$

Elektrický dipól.

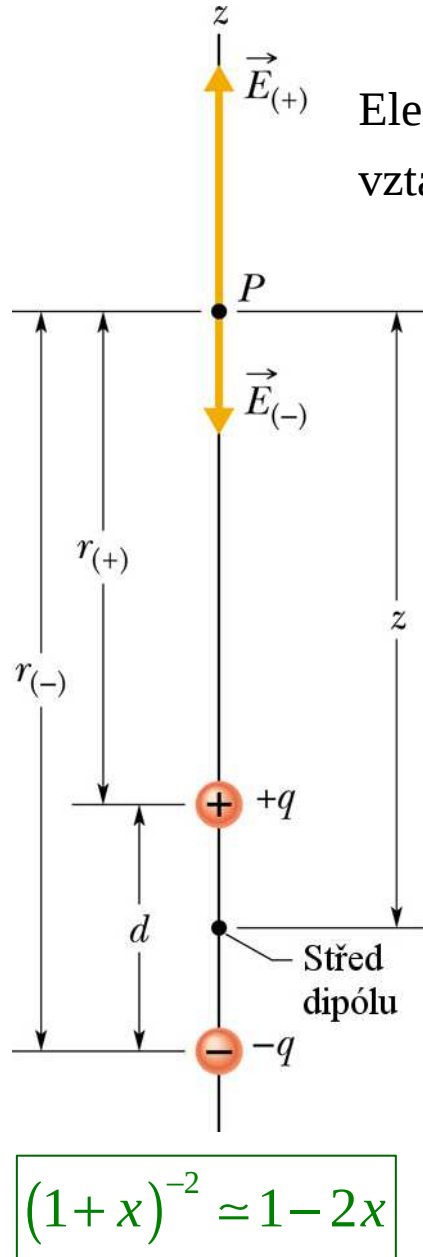


Dvojici bodových nábojů stejné velikosti a opačného znaménka $+q$ a $-q$ ležících ve vzdálenosti d označujeme jako **elektrický dipól**. Součin $\mathbf{p} = q\mathbf{d}$ označujeme jako vektor elektrického dipólového momentu. Vektor dipólového momentu je tedy dán součinem absolutní hodnoty nábojů q a vektoru vzdálenosti obou nábojů $\mathbf{d}$. Směr vektoru dipólového momentu leží vždy na spojnici obou nábojů.



Příkladem elektrického dipólu je molekula vody. Náboj na atom kyslíku je záporný v důsledku vyšší elektronegativity kyslíku vzhledem k atomům vodíku, které nesou kladný náboj.

Elektrické pole dipólu.



Elektrická pole vytvářená jednotlivými náboji $+q$ a $-q$ jsou dána vztahy:

$$E_{(+)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_+^2}$$

$$E_{(-)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_-^2}$$

Velikost celkové intenzity elektrického pole vytvořeného oběma náboji je dána součtem intenzit elektrických polí obou nábojů:

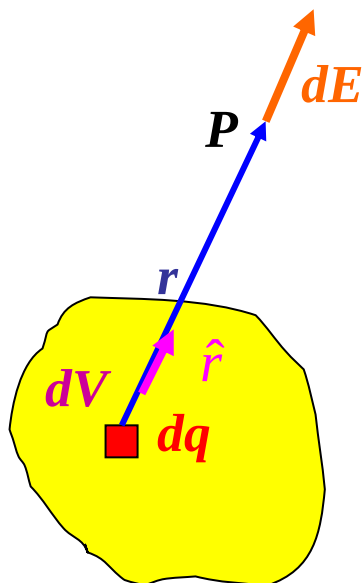
$$E = E_{(+)} - E_{(-)}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r_+^2} - \frac{q}{r_-^2} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{(z-d/2)^2} - \frac{q}{(z+d/2)^2} \right)$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2} \left[\left(1 - \frac{d}{2z} \right)^{-2} - \left(1 + \frac{d}{2z} \right)^{-2} \right] \quad \text{Za předpokladu: } \frac{d}{2z} \ll 1$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2} \left[\left(1 + \frac{d}{z} \right) - \left(1 - \frac{d}{z} \right) \right] = \frac{qd}{2\pi\epsilon_0 z^3} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{z^3}$$

Elektrické pole spojitě rozložených nábojů.



Uvažujme nyní nabitě těleso konečných rozměrů s objemově rozloženými náboji, tedy ne bodové náboje rozložené v prostoru. Úkolem je určit vektor elektrické intenzity pole vytvářeného nabitým tělesem. Definujeme objemovou hustotu náboje ρ (SI jednotka [Cm^{-3}]):

$$\rho = \frac{dq}{dV}$$

Intenzitu elektrického pole v bodě P určíme užitím principu superpozice. Příspěvek dE náboje dq objemového elementu dV k celkové intenzitě E v bodě P je dán vztahem:

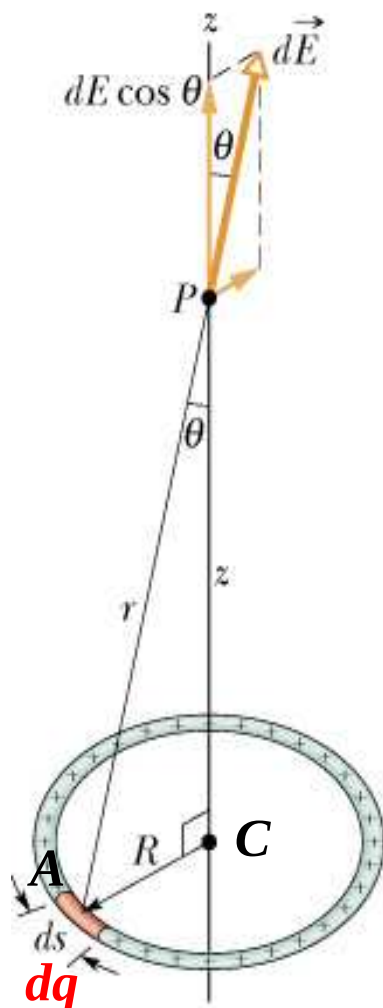
$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Název	Symbol	Jednotka
Náboj	q	C
Lineární hustota náboje	λ	C/m
Plošná hustota náboje	σ	C/m ²
Objemová hustota náboje	ρ	C/m ³

Po dosazení za dq dostaneme celkovou intenzitu integrací přes celý objem nabitého tělesa:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho dV}{r^2}$$

Elektrické pole nabité kruhové smyčky.



Určeme elektrické pole vytvořené kruhovou nabitou smyčkou poloměru R v bodě P ležícím na ose z procházející středem C nabitého kruhu kolmo k jeho rovině.

Určeme elektrické pole $\mathbf{E}$ vytvořené nabitou kruhovou smyčkou poloměru R v bodě P ležícím na ose z procházející středem C nabitého kruhu kolmo k jeho rovině. Lineární hustota náboje nabitého kruhu je λ , velikost elementárního náboje dq lineárního elementu kruhu ds je dána vztahem: $dq = \lambda ds$

Příspěvek elementu ds k vektoru intensity elektrické pole $\mathbf{E}$ nabitého kruhu v bodě P je dán vztahem:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{r^2}$$

Z geometrie na obrázku vyplývá pro r vztah: $r = \sqrt{z^2 + R^2}$

Po dosazení do vztahu pro dE dostaneme:
$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{(z^2 + R^2)}$$

Element vektoru elektrické intenzity dE svírá s osou z úhel θ , tedy ho lze rozložit na složku kolmou k ose z a rovnoběžnou s osou z . Složky vektoru elektrické intenzity kolmé k ose z se vzájemně vyruší, tudíž k celkové intenzitě budou přispívat pouze složky vektoru elektrické intenzity ve směru osy z : $dE_z = dE \cos \theta$

Po dosazení za $\cos \theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}}$ dostaneme pro složku ve směru osy z :

$$dE_z = dE \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda z}{(z^2 + R^2)^{3/2}} ds$$

Integrací přes celý obvod kruhu od 0 do $2\pi R$ dostaneme velikost vektoru intenzity E elektrického pole v okolí nabitého kruhu, kde $q = \lambda(2\pi R)$ je celkový náboj kruhu:

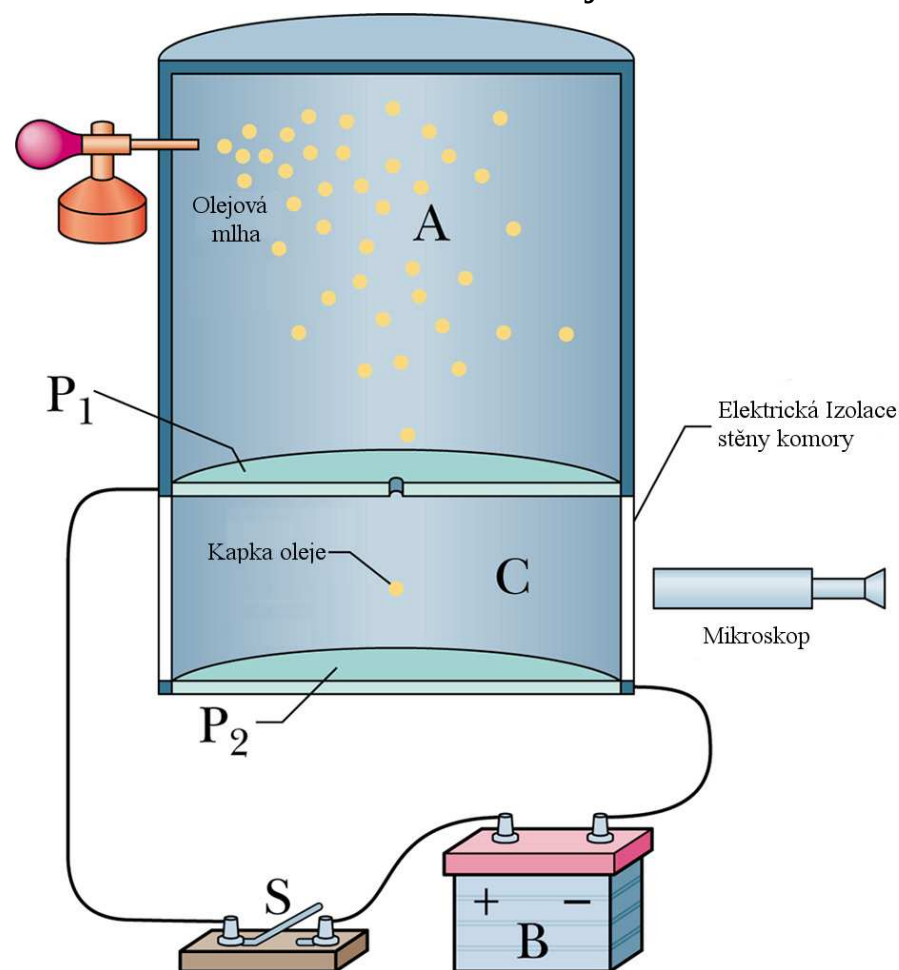
$$E = \frac{zq}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$E = \frac{z\lambda}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi R} ds = \frac{z\lambda(2\pi R)}{4\pi\epsilon_0 (z^2 + R^2)^{3/2}}$$

Měření velikosti elementárního náboje.

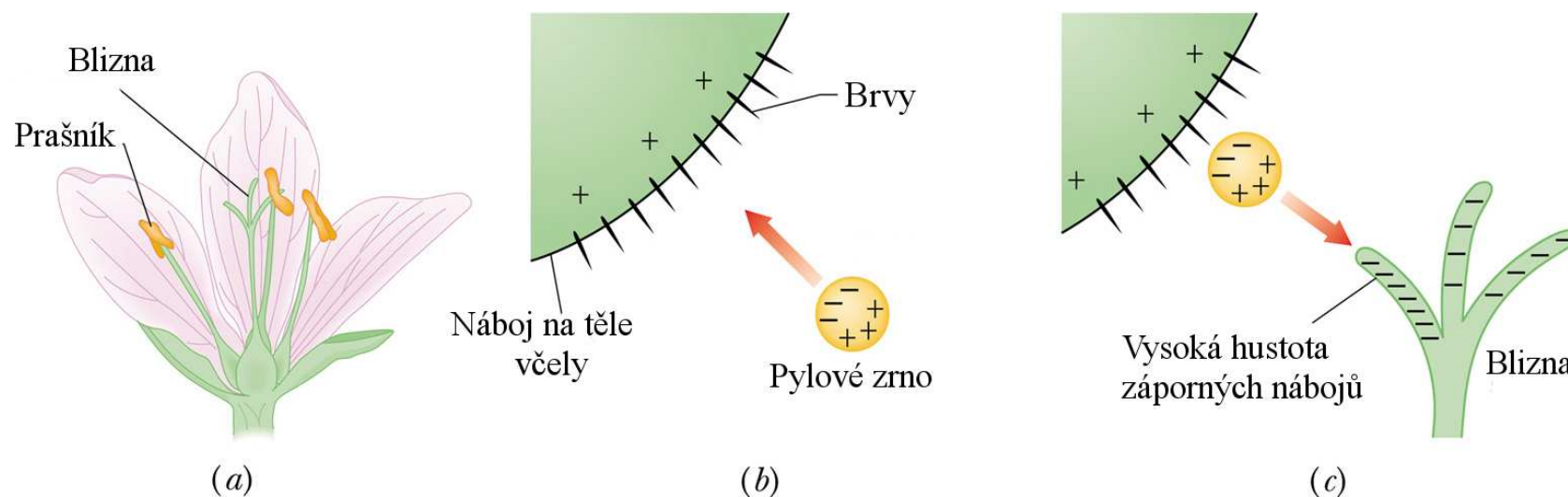
Robert A. Millikan, USA. Nobelova cena 1923 určil v letech 1910-13 velikost elementárního náboje a zároveň tak dokázal kvantování elektrického náboje.

V komoře **A** se rozprašovačem vytvoří olejová mlha. Kapičky oleje se v komoře **A** nabijí interakcí s molekulami vzduchu ionizovanými zářičem Am^{241} . Některé z nabitých olejových kapiček projdou otvorem mezi desky kondenzátoru **C**, kde pak měřením rychlostí jejich klesání nebo stoupaní (podle polarity napětí přiváděného na desky) mezi nabitými deskami kondenzátoru **P1** a **P2** lze určit velikost elementárního náboje.



Mechanismus opylování rostlin a elektrické pole.

Při průletu **včely** vzduchem se její povrch třením o vzduch nabíjí **kladně**. **Prašníky** květiny jsou elektricky izolovány od země, **blizny** jsou naopak spojeny se zemí. Přiblíží-li se včela dostatečně blízko k prašníku, její kladný náboj indukuje v pylových zrnech náboj, na straně bližší k včele záporný náboj. V důsledku přitažlivé síly mezi kladnými a zápornými náboji se pylová zrna přichytí k povrchu včely. Naopak přiblíží-li se včela pokrytá pylovými zrny k bliznám, které jsou propojeny se zemí, kladný náboj na vzdálenější straně pylového zrna indukuje v blizně záporný náboj, který přitáhne pylové zrno k blizně.



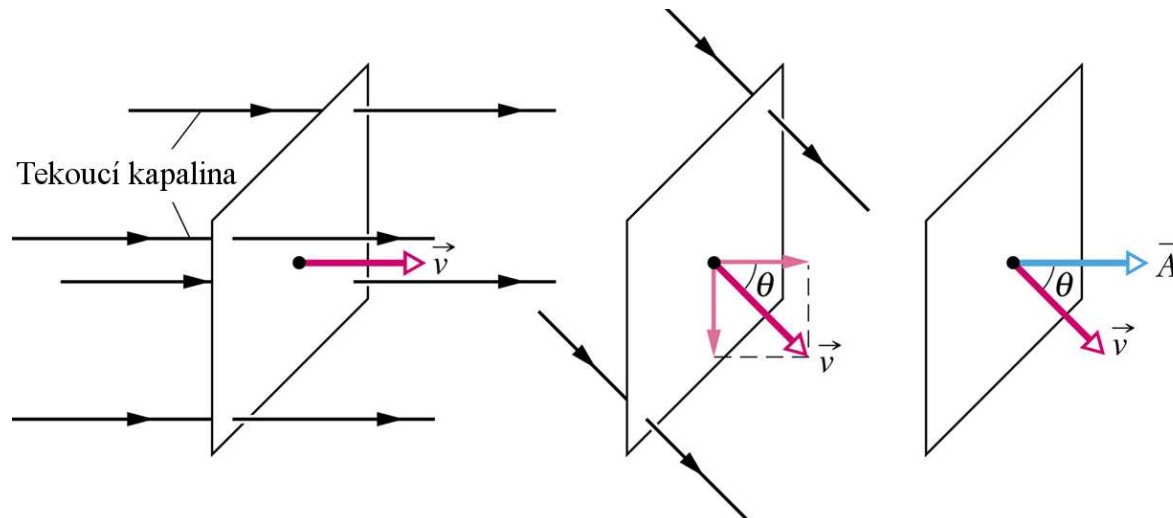
Tok vektorového pole.

Uvažujme, proud kapaliny protékající korytem rychlostí $\vec{v}$. Vložme do proudu trubku, kterou část kapaliny odvádíme. Množství kapaliny, které trubkou proteče za jednotku času je úměrné **ploše trubky A** , **úhlu θ** , který svírá vektor rychlosti kapaliny s kolmicí k ploše trubky a **velikosti rychlosti v** kapaliny. Součin průmětu velikosti vektoru rychlosti do směru kolmého k ploše a velikosti plochy nazýváme **tok vektoru rychlosti**, označujeme jej Φ .

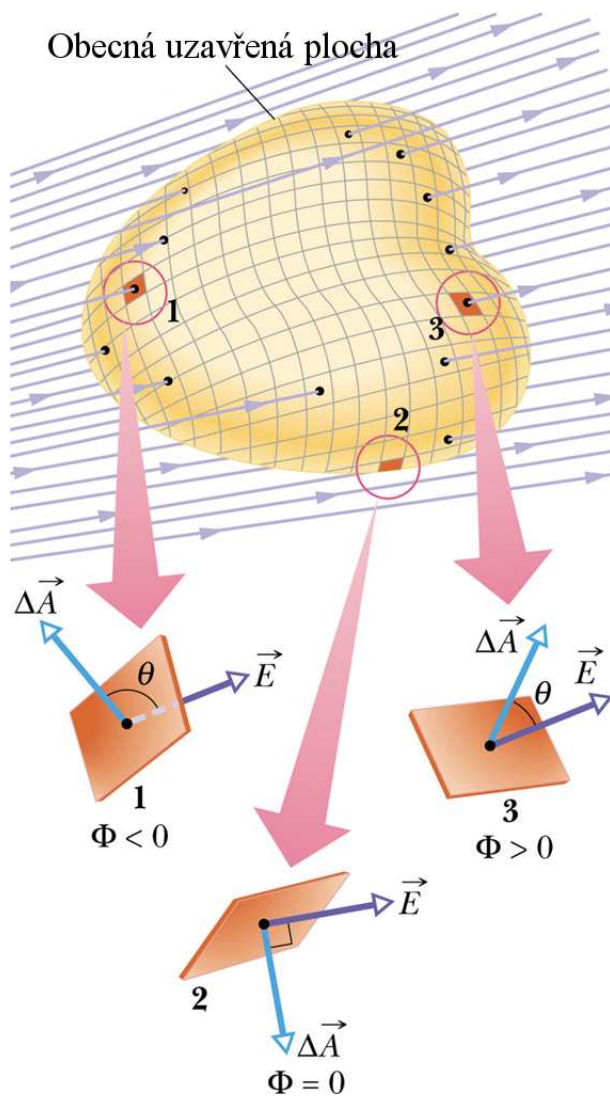
Jelikož velikost toku závisí na úhlu který svírá vektorová veličiny jejíž tok nás zajímá a kolmicí k ploše, zavádí se **plošný vektor** jako součin velikosti plochy A a jednotkového vektoru $\vec{n}$ kolmého k ploše s počátkem na ploše $\vec{A} = A\vec{n}$.

Pak pro tok vektoru píšeme:

$$\Phi = |\vec{v}| |\vec{A}| \cos \theta = \vec{v} \cdot \vec{A}$$



Tok vektoru elektrické intenzity uzavřenou plochou.



Vezměme obecnou uzavřenou plochu vloženou do elektrického pole intenzity $\vec{E}$. Jak nyní spočítáme tok vektoru elektrické intenzity touto uzavřenou plochou? Rozdělme plochu na malé elementární plošky $\Delta\vec{A}$ a spočtěme tok vektoru elektrické intenzity $\vec{E}$ těmito ploškami. Celkový tok Φ vektoru elektrické intenzity uzavřenou plochou dostaneme, jestliže sečteme všechny toky jednotlivými ploškami $\Delta\vec{A}$:

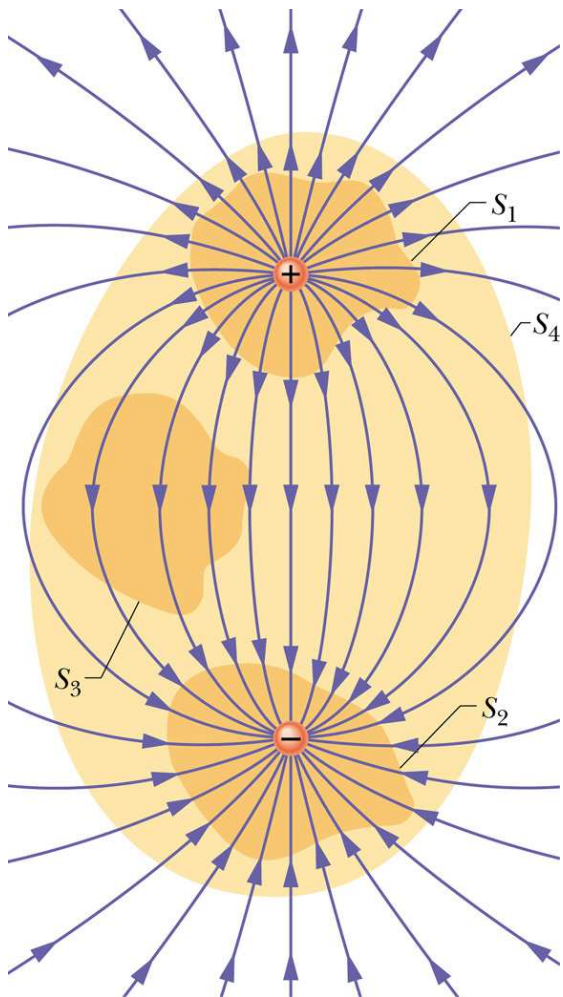
$$\Phi = \sum \Delta\Phi = \sum \vec{E} \cdot \Delta\vec{A}$$

Výpočtem limity tohoto součtu pro $\Delta A \rightarrow 0$ dostaneme:

$$\Phi = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \sum \vec{E} \cdot \Delta\vec{A} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Symbol $\oint$ znamená integraci přes uzavřenou plochu. SI jednotkou toku vektoru elektrické intenzity je $[\text{Nm}^2\text{C}^{-1}]$.

Gaussův zákon.



Ohraničíme-li náboje v určité oblasti spojitou uzavřenou plochou, pak platí:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Q je součet všech nábojů uvnitř objemu ohraničeného plochou A .

Tento vztah označujeme jako **Gaussův zákon elektrostatiky**. Je v podstatě pouze jinou formulací Coulombova zákona. Jeho užitečnost je především v tom, že velmi usnadňuje výpočty intenzity elektrického pole v různých komplikovaných případech.