

Teorie

Kombinatorika

Kombinatorika

- Jak obecně vybrat k prvkové množiny z n prvkové množiny?
- Dvě možnosti:
 - prvky se v množině neopakují – **bez opakování**.
 - prvky se v množině opakují – **s opakováním**.
 - prvky jsou uspořádané (záleží na jejich pořadí) nebo neuspořádané (nezáleží na pořadí)

Kombinatorika - permutace

Permutace: prosté zobrazení konečné množiny sama na sebe.

- Kolika způsoby můžeme prvky v množině uspořádat.
- Záleží na pořadí prvků v každé uspořádané n -tici.
- Jejich počet je $P(n) = n!$
- Pokud se $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ prvek v každé permutaci bude opakovat celkem k -krát ($k \geq n, p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n = k$), pak mluvíme o **permutaci s opakováním** (kolik můžeme udělat k -tic z n prvků).
- Jejich počet je $P'_{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n}(k) = k! / p_1! p_2! p_3! \dots p_n!$
- Příklad: z dvojice prvků ($n=2$) máme vytvořit pětici ($k=5$), kde první prvek se opakuje 3x ($p_1=3$) a druhý prvek se opakuje 2x ($p_2=2$).

Kombinatorika - variace

Variace: variací tvoříme k -té třídy z n prvků bez opakování.

- Je to každá uspořádaná k -tice, kde $k \leq n$, různých prvků z množiny n prvků.
- Záleží na pořadí.
- Pokud $k = n$ pak dostaneme **permutaci** bez opakování.
- Počet variací k -té třídy z n prvků je: $V_k(n) = n!/(n-k)!$
- **Variace s opakováním:** je to uspořádaná k -tice prvků z množiny n prvků, kde k je libovolné kladné přirozené číslo.
- Počet variací s opakováním je $V'_k(n) = n^k$.
- Příklad: $k=4$, $n=2$, pak tvoříme uspořádané čtveřice z množiny dvou prvků. Každý prvek se opakuje 1x, 2x, 3x nebo 4x v každé uspořádané čtveřici.

Kombinatorika - kombinace

Kombinace: kombinací k -té třídy z n prvků, kde $k \leq n$, bez opakování nazveme každou k -tici prvků z n prvků.

- Je to obdoba variace, ale zde **nezáleží na pořadí**. Jinými slovy k -tice jsou neuspořádané. Příklad: $n=2$, $k=2$, pak (a,b) a (b,a) jsou dvě variace ($V_k(n) = 2$), ale jen **jedna** kombinace!!!
- Počet kombinací k -té třídy z n prvků je číslo $C_k(n) = n!/(n-k)!k! = \binom{n}{k} = V_k(n)/k!$ – kombinační číslo.
- **Kombinace s opakováním** je každá libovolná skupina k prvků z n prvků, kdy jednotlivé prvky v dané k -tici se mohou opakovat.
- Počet kombinací s opakováním je $C'_k(n) = \binom{n+k-1}{k}$.
- Příklad: množina $n=4$ prvků, $k=2$, ke kombinacím bez opakování musíme přidat i kombinace, kde se jednotlivé prvky v neuspořádaných k -ticích opakují.

Příklady

Kombinatorika, pravděpodobnost

Kombinatorika

1. S připomínkami k zákonu chce vystoupit 6 poslanců A, B, C, D, E, F. Určete počet všech pořadí jejich vystoupení. V kolika případech vystupuje A až po E, v kolik ihned po E?

Kombinatorika

1. S připomínkami k zákonu chce vystoupit 6 poslanců A, B, C, D, E, F. Určete počet všech pořadí jejich vystoupení. V kolika případech vystupuje A až po E, v kolik ihned po E?
2. Kolik různých „slov“ lze vytvořit přeházením písmen ve slově „kombinatorika“?

Kombinatorika

1. S připomínkami k zákonu chce vystoupit 6 poslanců A, B, C, D, E, F. Určete počet všech pořadí jejich vystoupení. V kolika případech vystupuje A až po E, v kolik ihned po E?
2. Kolik různých „slov“ lze vytvořit přeházením písmen ve slově „kombinatorika“?
3. Sestavujeme vlajku ze 3 vodorovných pruhů. K dispozici jsou bílý, červený, modrý, zelený a žlutý pruh látky. Kolik vlajek lze sestavit, kolik jich má modrý pruh, kolik nemá červený pruh uprostřed?

Kombinatorika

1. S připomínkami k zákonu chce vystoupit 6 poslanců A, B, C, D, E, F. Určete počet všech pořadí jejich vystoupení. V kolika případech vystupuje A až po E, v kolik ihned po E?
2. Kolik různých „slov“ lze vytvořit přeházením písmen ve slově „kombinatorika“?
3. Sestavujeme vlajku ze 3 vodorovných pruhů. K dispozici jsou bílý, červený, modrý, zelený a žlutý pruh látky. Kolik vlajek lze sestavit, kolik jich má modrý pruh, kolik nemá červený pruh uprostřed?
4. Musí mít aspoň dva obyvatelé městečka o 1500 obyvatelích stejné iniciály (jméno a příjmení začínají jedním ze 32 písmen)?

Kombinatorika

1. S připomínkami k zákonu chce vystoupit 6 poslanců A, B, C, D, E, F. Určete počet všech pořadí jejich vystoupení. V kolika případech vystupuje A až po E, v kolik ihned po E?
2. Kolik různých „slov“ lze vytvořit přeházením písmen ve slově „kombinatorika“?
3. Sestavujeme vlajku ze 3 vodorovných pruhů. K dispozici jsou bílý, červený, modrý, zelený a žlutý pruh látky. Kolik vlajek lze sestavit, kolik jich má modrý pruh, kolik nemá červený pruh uprostřed?
4. Musí mít aspoň dva obyvatelé městečka o 1500 obyvatelích stejné iniciály (jméno a příjmení začínají jedním ze 32 písmen)?
5. Test se skládá ze 2 dějepisných, 2 zeměpisných a 1 literární otázky. Připraveno je 30 dějepisných, 25 zeměpisných a 20 literárních otázek. Kolik variant testu lze vytvořit?

Kombinatorika

1. S připomínkami k zákonu chce vystoupit 6 poslanců A, B, C, D, E, F. Určete počet všech pořadí jejich vystoupení. V kolika případech vystupuje A až po E, v kolik ihned po E?
2. Kolik různých „slov“ lze vytvořit přeházením písmen ve slově „kombinatorika“?
3. Sestavujeme vlajku ze 3 vodorovných pruhů. K dispozici jsou bílý, červený, modrý, zelený a žlutý pruh látky. Kolik vlajek lze sestavit, kolik jich má modrý pruh, kolik nemá červený pruh uprostřed?
4. Musí mít aspoň dva obyvatelé městečka o 1500 obyvatelích stejné iniciály (jméno a příjmení začínají jedním ze 32 písmen)?
5. Test se skládá ze 2 dějepisných, 2 zeměpisných a 1 literární otázky. Připraveno je 30 dějepisných, 25 zeměpisných a 20 literárních otázek. Kolik variant testu lze vytvořit?
6. Klenotník má 3 rubíny, 2 smaragdy a 5 safíru. Kolika způsoby může sestavit prsten se 3 kameny?

Pravděpodobnost

1. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne sudé číslo?

Pravděpodobnost

1. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne sudé číslo?
2. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu 2 kostkami bude součet 8?

Pravděpodobnost

1. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne sudé číslo?
2. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu 2 kostkami bude součet 8?
3. Vojenskou kolonu tvoří 2 terénní vozy UAZ, 3 auta Praga V3S a 4 tatry 138. Jaká je pravděpodobnost, že při náhodném seřazení kolony pojedou stejná vozidla za sebou?

Pravděpodobnost

1. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne sudé číslo?
2. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu 2 kostkami bude součet 8?
3. Vojenskou kolonu tvoří 2 terénní vozy UAZ, 3 auta Praga V3S a 4 tatry 138. Jaká je pravděpodobnost, že při náhodném seřazení kolony pojedou stejná vozidla za sebou?
4. Jaká je pravděpodobnost, že 3 náhodně vybraná pole na šachovnici 8×8 nebudou ležet v tomtéž sloupci?

Pravděpodobnost

1. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne sudé číslo?
2. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu 2 kostkami bude součet 8?
3. Vojenskou kolonu tvoří 2 terénní vozy UAZ, 3 auta Praga V3S a 4 tatry 138. Jaká je pravděpodobnost, že při náhodném seřazení kolony pojedou stejná vozidla za sebou?
4. Jaká je pravděpodobnost, že 3 náhodné vybraná pole na šachovnici 8×8 nebudou ležet v tomtéž sloupci?
5. Pomocí pravděpodobností jednotlivých jevů a jejich průniku vyjádřete $P(A \cup B \cup C)$.

Pravděpodobnost

1. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne sudé číslo?
2. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu 2 kostkami bude součet 8?
3. Vojenskou kolonu tvoří 2 terénní vozy UAZ, 3 auta Praga V3S a 4 tetry 138. Jaká je pravděpodobnost, že při náhodném seřazení kolony pojedou stejná vozidla za sebou?
4. Jaká je pravděpodobnost, že 3 náhodně vybraná pole na šachovnici 8×8 nebudou ležet v tomtéž sloupci?
5. Pomocí pravděpodobností jednotlivých jevů a jejich průniku vyjádřete $P(A \cup B \cup C)$.
6. Hodíme 3 kostkami.
 - S jakou pravděpodobností aspoň na jedné z nich padne šestka?
 - S jakou pravděpodobností padnou jen sudá nebo jen lichá čísla nebo dosáhneme součtu 4?
 - S jakou pravděpodobností padnou jen sudá nebo jen lichá čísla nebo dosáhneme součtu 6?