

Číslicová technika

Číselné soustavy

Desítková soustava využívá číslice 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Libolné číslo např. 948,4 v desítkové soustavě můžeme vyjádřit:

$$948 = 9 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 8 \cdot 1^0 + 4 \cdot 10^{-1}$$

Podobně zapisujeme čísla v jiných soustavách např. dvojková soustava, atd.

Libovolné celé číslo $F_Z \geq 0$ lze vyjádřit v soustavě o základu Z mnohočlenem

$$F_Z = a_m Z^m + a_{m-1} Z^{m-1} + \dots + a_0 Z^0 = \sum_{i=0}^m a_i Z^i$$

kde a_i jsou číselné koeficienty na jednotlivých řádových místech čísla F_Z .

Tomuto zápisu se také říká Hornerovo schéma.

Zápis čísla se v dané soustavě uskutečňuje pomocí koeficientů a_i :

$$F_Z = a_m a_{m-1} a_{m-2} \dots a_1 a_0.$$

Příklad: Rozepište dekadické číslo 937_{10} a osmičkové číslo 763_8 pomocí Hornerova schématu.

Řešení:

$$937_{10} = 9 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 = F_{10}$$

$$763_8 = 7 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 = F_8.$$

Soustava *dvojková* (binární, dyadická) o základu $Z = 2$.

Tato soustava používá pouze dvě číslice a to 0 a 1, což má nesporné výhody. Můžeme si například nadefinovat, že 1 (logická 1 nebo symbol H - High) odpovídá napětovým úrovním 9 až 10 V a 0 (logická 0 nebo symbol L - Low) odpovídá napětovým úrovním 0 až 1 V. V dalším výkladu budeme pro toto značení používat výraz pozitivní logika. V teorii reléových spojů obvykle značí 1 sepnutý kontakt a 0 kontakt rozepnutý. Tato soustava nalézá uplatnění mj. v elektronických spínacích obvodech.

Soustava *šestnáctková* (hexadecimální) o základu $Z = 16$.

Tato soustava využívá 16 číslic (znaků) jako násobících koeficientů příslušné mocniny základu soustavy. Nastává však problém, jak těchto 16 znaků vyjádřit. Pomáháme si tedy alfabetickými znaky začátku abecedy A až F pro čísla 10 až 15.

Dekadická Soustava Z=10	Dvojková soustava Z=2	Osmičková soustava Z=8	Šestnáctková soustava Z=16
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Zobrazení čísel v nejčastěji používaných číselných soustavách

Převod čísla do dekadické soustavy

Příklad: Převeďte číslo $F_2 = 11011$ do soustavy o základu $Z = 10$.

Řešení: $F_2 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$

$$F_{10} = 16 + 8 + 0 + 2 + 1 = 27$$

Výsledek: $F_{10} = 27$

Převod čísla z dekadické soustavy

Metoda postupného odečítání

Původní číslo v soustavě o základu $Z = 10$ se rozkládá odečítáním zmenšujících se mocnin základu Z , přičemž se jako první odečítá mocnina čísla Z rovná převáděnému číslu nebo menší.

Příklad: Převeďte číslo $F_{10} = 190$ do soustavy o základu $Z = 2$.

Řešení:

Nejprve si vyjádříme jednotlivé mocniny čísla 2 (základu soustavy). Nejvyšší vyjadřovaná mocnina čísla 2 bude vzhledem k požadavku na rozkládané číslo 2^7 , protože $2^7 < F_{10} < 2^8$.

$$2^7 = 128,$$

$$2^6 = 64,$$

$$2^5 = 32,$$

$$2^4 = 16,$$

$$2^3 = 8,$$

$$2^2 = 4,$$

$$2^1 = 2,$$

$$2^0 = 1.$$

Od převáděného čísla odečteme nejvyšší mocninu čísla 2 ještě menší než převáděné číslo.

$$190 - 2^7 = 190 - 128 = 62$$

2^7 se do čísla 190 vejde 1x, jedničku uložíme do proměnné a_7 , $1 \rightarrow a_7$
(a_7 je číslice na pozici nejvyššího řádového místa zobrazovaného čísla).

Naznačený postup aplikujeme i v dalším výpočtu.

$$62 - 2^6 = 62 - 64 = -2$$

2^6 se do čísla 62 nevejde, $0 \rightarrow a_6$
(protože je rozdíl čísel $62 - 2^6$ záporný,
zapisujeme na příslušnou řádovou pozici
nulu a od stejného čísla 62 odečítáme nižší
mocninu čísla 2, tj. 2^5).

$$62 - 2^5 = 62 - 32 = 30$$

2^5 se do čísla 62 vejde, $1 \rightarrow a_5$

$$30 - 2^4 = 30 - 16 = 14$$

2^4 se do čísla 30 vejde, $1 \rightarrow a_4$

$$14 - 2^3 = 14 - 8 = 6$$

2^3 se do čísla 14 vejde, $1 \rightarrow a_3$

$$6 - 2^2 = 6 - 4 = 2$$

2^2 se do čísla 6 vejde, $1 \rightarrow a_2$

$$2 - 2^1 = 2 - 2 = 0$$

2^1 se do čísla 2 vejde 1x, $1 \rightarrow a_1$

$$0 - 2^0 = -1$$

2^0 se do čísla 0 nevejde, $0 \rightarrow a_0$.

Výsledek: $F_2 = a_7 a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0 = 10111110$.

Příklad: Převeďte číslo $F_{10} = 190$ do soustavy o základu $Z = 8$.

Řešení:

Nejprve si vyjádříme jednotlivé mocniny čísla 8 (základu soustavy).
Nejvyšší vyjadřovaná mocnina čísla 8 bude vzhledem k požadavku na rozkládané číslo 8^3 , protože $8^2 < F_{10} < 8^3$.

$$8^3 = 512,$$

$$8^2 = 64,$$

$$8^1 = 8,$$

$$8^0 = 1.$$

Od převáděného čísla odečteme dvojnásobek nejvyšší mocniny čísla 8, která je menší než převáděné číslo.

$$190 - 2 \cdot 8^2 = 190 - 2 \cdot 64 = 62$$

8^2 se do čísla 190 vejde $2x$, $2 \rightarrow a_2$

(a_2 je číslice na pozici nejvyššího řádového místa zobrazovaného čísla).

Naznačený postup aplikujeme i v dalším výpočtu.

$$62 - 7 \cdot 8^1 = 62 - 56 = 6$$

8^1 se do čísla 62 vejde $7x$, $7 \rightarrow a_1$

$$6 - 6 \cdot 8^0 = 6 - 6 = 0$$

8^0 se do čísla 6 vejde $6x$, $6 \rightarrow a_0$.

Výsledek: $F_8 = a_2 a_1 a_0 = 276$.

Metoda postupného dělení

Původní číslo F_{10} v soustavě o základu 10 se rozkládá postupným dělením číslem, které odpovídá základu soustavy Z , přičemž jako výsledek se zapisují zbytky po dělení v opačném pořadí (tj. z pravé strany).

Příklad: Převed'te číslo $F_{10} = 190$ do soustavy o základu $Z = 2$.

Řešení:

Převáděné číslo postupně dělíme číslem 2 a zbytky (koeficienty a_i) zapisujeme z pravé strany .

$$190 : 2 = 95, \text{ zbytek po dělení je } 0, \quad 0 \rightarrow a_0 \\ (\text{zapisujeme na nejnižší řádové místo})$$

$$95 : 2 = 47, \quad \text{zbytek po dělení je } 1, \quad 1 \rightarrow a_1$$

$$47 : 2 = 23, \quad \text{zbytek po dělení je } 1, \quad 1 \rightarrow a_2$$

$$23 : 2 = 11, \quad \text{zbytek po dělení je } 1, \quad 1 \rightarrow a_3$$

$$11 : 2 = 5, \quad \text{zbytek po dělení je } 1, \quad 1 \rightarrow a_4$$

$$5 : 2 = 2, \quad \text{zbytek po dělení je } 1, \quad 1 \rightarrow a_5$$

$$2 : 2 = 1, \quad \text{zbytek po dělení je } 0, \quad 0 \rightarrow a_6$$

$$1 : 2 = 0, \quad \text{zbytek po dělení je } 1, \quad 1 \rightarrow a_7$$

Výsledek: $F_2 = a_7 a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0 = 10111110.$

Příklad: Převeďte číslo $F_{10} = 190$ do soustavy o základu $Z = 16$.

Řešení:

Převáděné číslo postupně dělíme číslem 16 a zbytky (koeficienty a_i) zapisujeme z pravé strany .

$$190 : 16 = 11 , \quad \text{zbytek po dělení je } 14, \quad 14 = E \rightarrow a_0$$

(zapisujeme na nejnižší řádové místo).

$$11 : 16 = 0, \quad \text{zbytek po dělení je } 11, \quad 11 = B \rightarrow a_1 .$$

Výsledek: $F_{16} = a_1 a_0 = BE .$

Převod desetinných do dvojkové soustavy

K převodu čísla $F \in (0,1)$ je vhodný postup využívající postupné násobení desetinného čísla F základem dvojkové soustavy, tj. číslem 2. Celou část výsledku poté zapisujeme jako koeficient na příslušném řádovém místě za desetinnou čárkou a v případě, že je výsledek větší než jedna, jedničku od něj odečteme. V následujících příkladech jsou koeficienty vyjádřeny tučně.

Příklad: Převeďte číslo $F_{10} = 0,625$ do soustavy o základu $Z = 2$.

Řešení:

$$0,625 \cdot 2 = \mathbf{1,25}, \quad 1 \rightarrow a_{-1}$$

Protože je výsledek > 1 , tuto jedničku od něj odečteme a postup opakujeme s výsledkem.

$$\begin{array}{r} 1,25 \\ -1 \\ \hline 0,25 \end{array}$$

$$0,25 \cdot 2 = \mathbf{0,5}, \quad 0 \rightarrow a_{-2}$$

$$0,5 \cdot 2 = \mathbf{1,0}, \quad 1 \rightarrow a_{-3}$$

Výsledek: $0,625_{10} = 0, \mathbf{a_{-1}} \mathbf{a_{-2}} \mathbf{a_{-3}} = 0,101_2$.

Literatura:

M. Antošová, V. Davídek, Číslicová technika, 2013 Kopp

Richard C. Jaeger, Travis N. Blalock, Microelectronic circuit design,
2011 by The McGraw-Hill Companies, Inc.

P. Horowitz, W. Hill, The art of Electronics, Third edition, Cambridge University Press,
1980, 1989, 2015.

Donald A. Neamen, Microelectronics Circuit Analysis and Design, Published by
McGraw-Hill (2010).