

Chyby měření

Doporučená literatura:

- [1] P. Howarth, Metrologie v kostce. ČMI, druhé vydání (2003).
- [2] E. Procházková, Úvod do teorie a praxe fyzikálního měření, skriptum PF JU, Č. Budějovice (1989).
- [3] V. Haasz, M. Sedláček, Elektrická měření (Přístroje a metody), ČVUT, Praha (2003).
- [4] Jenčík, J., Volf, J.: Technická měření. ČVUT, Praha (2000).
- [5] J. Brož a kol, Základy fyzikálních měření I, IIA, IIB, SPN, Praha (1983).
- [6] R. Novák, Úvod do teorie měření. 1. vyd. Ústí nad Labem: PF UJEP, 2003. ISBN 80-7044-527-0.

A) Chyby měření

opakovaná měření zpravidla dávají různé hodnoty s fluktuací kolem typické střední hodnoty

„existuje“ však pouze jedna správná hodnota

odchylka od správné hodnoty = chyba [2, str.50]

CHYBA absolutní
 relativní

relativní chyba lépe vystihuje přesnost měření – vyjádřená v procentech

určení „správné hodnoty“

 správnou hodnotu nejlépe aproximuje aritmetický průměr ze všech měření

 většinou tuto hodnotu nazýváme jako „střední hodnota měření“

 absolutní chybu jednotlivého měření získáme odečtením hodnoty naměřené od hodnoty střední [2, str.51]

střední absolutní chyba – aritmetický průměr jednotlivých absolutních chyb

střední relativní chyba [2, str.51]

střední hodnota, střední absolutní chyba atd. se týkají měření pouze jedné konkrétní fyzikální veličiny

 např. určení jednoho délkového rozměru, hmotnosti, časového úseku atd.

B) Určování chyby fyzikální veličin, které jsou funkcí měřených veličin $y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$

s touto situací se v praxi setkáváme velmi často

příklady:	objem hranolu	$V = a \cdot b \cdot c$
	stanovení rychlosti	$v = s/t$
	stanovení hustoty	$\rho = m/V = m / \pi r^2 h$

výsledná fyzikální veličina je vypočtena na základě měření jednotlivých veličin

 např. rozměru „a“, „b“, „c“ – ale pozor, tyto jsou měřeny s chybou

jak se tato chyba měření jednoho rozměru promítne do celkové výsledné chyby?

výpočet chyby pomocí parciálních derivací [2, str.52]

$$\Delta y = \frac{\partial(x_1, x_2 \dots x_n)}{\partial x_1} \cdot \Delta x_1 + \frac{\partial(x_1, x_2 \dots x_n)}{\partial x_2} \cdot \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial(x_1, x_2 \dots x_n)}{\partial x_n} \cdot \Delta x_n$$

Δx_1 – absolutní chyba jedné proměnné dané funkce

matematický exkurz – totální diferenciál

jednotlivé parciální derivace mohou nabývat kladných i záporných hodnot

sčítáme absolutní hodnoty jednotlivých derivací – sčítání chybových příspěvků
nejnepříznivější případ

příklady: odvození vztahů pro určení absolutní chyby
kinetické energie
objemu těles
vlnové délky atd.

C) Odhad přesností a příprava vhodných měřidel a metod [2, str.54-58]

odhad chyb před samotným měřením

opačný postup – stanovením předpokladu chyby měření můžeme určit potřebnou přesnost měřidel

nejmenší hodnoty sčítanců par. Derivací jsou dány přesností použitých měřidel a metod

jednotlivé sčítance se nemají lišit o více než desetinásobek

nemá smysl měřit jeden rozměr extrémně přesně, pokud další rozměry jsou zatíženy velkou chybou

viz řešené příklady [2, str.54-58]

D) Rozdělení chyb

chyby hrubé – několikrát větší než chyby absolutní

taková měření nebereme v úvahu

měření s hrubou chybou vylučujeme a dále již nezahrnujeme do zpracování výsledků

chyby soustavné

zkreslují měření, především jeho střední hodnotu

mají stejnou opakující se tendenci

chyby měřicí metody – špatně zvolená metoda

chyby měřících přístrojů, kalibrace atd.

chyby osobní – spojené s pozorovatelem

chyby nahodilé neznáme jejich původ

jejich výskyt se řídí podle zákonů statistiky

lze je eliminovat větším počtem měření

E) Soustavné chyby, pravděpodobnost a zákon normálního rozložení

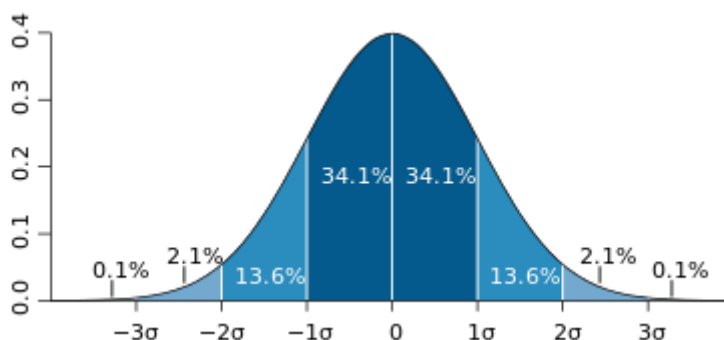
exkurz matematika: pravděpodobnost nahodilého jevu

hustota pravděpodobnosti

základy teorie pravděpodobnosti

normální neboli Gaussovo rozdělení pravděpodobnosti

(https://cs.wikipedia.org/wiki/Norm%C3%A1ln%C3%AD_rozd%C4%9Blen%C3%AD)



$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp - \frac{(x - s)^2}{2\sigma^2}$$

parametry s – střední hodnota naměřené veličiny,

x , σ - střední kvadratická odchylka

normovací člen – „celková pravděpodobnost“ je jedna

rozložení fyzikálních veličin – různé druhy rozdělení

rozdělení Gaussovo, Maxwellovo, Poissonovo, exponenciální atd.

symetrická a asymetrická rozdělení

F) Teorie nahodilých chyb

níže vycházíme z předpokladu normálového Gaussova rozdělení pravděpodobnosti

platí pouze pro symetrická rozdělení

předpoklad sady naměřených veličin

vyloučení chyb hrubých

vyloučení či korekce chyb systematických

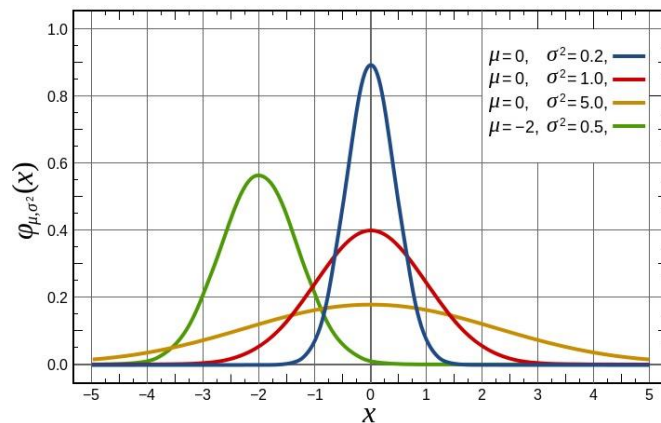
zbývající měření a jejich chyby podléhají zákonu normálního rozložení (s ohledem na veličinu)

potom rozložení náhodných chyb bude popsáno vztahem

$$p(\varepsilon) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp - \frac{\varepsilon^2}{2\sigma^2}$$

Gaussova křivka

ε - označení nahodilé chyby



parametr σ a jeho vliv na tvar Gaussovy křivky

σ střední kvadratická chyba jednotlivého měření
směrodatná odchylka

Lze snadno ukázat, že chyba měření bude s pravděpodobností 0.997 v intervalu $(-3\sigma, +3\sigma)$

tvar Gaussovy křivky a vliv na přesnost měření

ideální Gaussova křivka – měření bez chyb

teorie chyb v praxi – křivky chyb výrobních strojů apod.

G) Chyby měření odvozené na základě Gaussova rozdělení NUTNO ZNÁT

jednotlivé chyby měření lze najít např. [2, str.66-69]

pro konečný počet měření a za předpokladu Gaussova rozdělení můžeme odvodit

lze určit chyby **pro jednotlivá měření** (nemá valný smysl, v praxi, vždy měříme vícekrát)

střední kvadratická odchylka:
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum |\Delta x_i|^2}{n-1}}$$

průměrná chyba jednotlivého měření:
$$\mu = \frac{\sum |\Delta x_i|}{\sqrt{n(n-1)}}$$

pravděpodobná chyba:
$$\vartheta = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\sum |\Delta x_i|^2}{n-1}}$$

lze určit chyby **aritmetického průměru**

střední kvadratická odchylka:
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum |\Delta x_i|^2}{n(n-1)}}$$

průměrná chyba jednotlivého měření:
$$\mu = \frac{\sum |\Delta x_i|}{n \cdot \sqrt{n(n-1)}}$$

pravděpodobná chyba:
$$\vartheta = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\sum |\Delta x_i|^2}{n \cdot (n-1)}}$$

