

Zpracování experimentálních dat

Doporučená literatura:

- [1] P. Howarth, Metrologie v kostce. ČMI, druhé vydání (2003).
- [2] E. Procházková, Úvod do teorie a praxe fyzikálního měření, skriptum PF JU, Č. Budějovice (1989).
- [3] V. Haasz, M. Sedláček, Elektrická měření (Přístroje a metody), ČVUT, Praha (2003).
- [4] Jenčík, J., Volf, J.: Technická měření. ČVUT, Praha (2000).
- [5] J. Brož a kol, Základy fyzikálních měření I, IIA, IIB, SPN, Praha (1983).
- [6] R. Novák, Úvod do teorie měření. 1. vyd. Ústí nad Labem: PF UJEP, 2003. ISBN 80-7044-527-0.

A) Zpracování měření

Příprava na měření – studium teorie

zvolení vhodné měřicí metody
většinu fyzikálních veličin určujeme nepřímo – výpočtem $y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$
přesnost měření jednotlivých fyzikálních veličin $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$
zvolení měřidla s požadovanou třídou přesnosti
příprava tabulek, stanovení počtu opakování měření „n“ atd.

Měření

dodržování zásad pro správné měření
snaha o eliminaci hrubých a soustavných chyb
ověřující výpočty během měření, že výsledek koreluje s předpoklady
kontrola měřidel během měření, vyloučení soustavných chyb

Zpracování experimentálních dat

zápis naměřených dat do přehledné tabulky
výpočet středních hodnot pro každou veličinu $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ (aritmetický průměr)
výpočet středních kvadratických odchylek od střední hodnoty pro každou veličinu $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum |\Delta x_i|^2}{n(n-1)}}$$

kontrola a vyloučení hodnot zatížených hrubou chybou

vylučujeme ta jednotlivá měření jejichž chyba $\eta > 3\sigma$

η - průměrná chyba jednotlivého měření $\eta = 0,786\sigma$

v případě vyloučení hrubých chyb je nutné opakovat výpočet střední hodnoty (bez nich)

výpočet pravděpodobné chyby pro měření dané veličiny

$$\vartheta = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\sum |\Delta x_i|^2}{n \cdot (n-1)}}$$

zapišeme výsledek měření pro danou fyzikální veličinu

$$x_1 = (\bar{x}_1 \pm v_{x1}) \text{ [jednotka]}$$

vypočteme relativní chybu měření fyzikální veličiny x_1

výše uvedené opakujeme pro všechny zbývající fyzikální veličiny $x_2, x_3, \dots, x_n$

$$x_2 = (\bar{x}_2 \pm v_{x2}) \text{ [jednotka]}$$

$$x_n = (\bar{x}_n \pm v_{xn}) \text{ [jednotka]}$$

vypočteme relativní chyby měření fyzikální veličiny $x_2, \dots, x_n$

vypočteme střední hodnotu fyzikální veličiny dle příslušného vztahu $y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$

dosazujeme střední hodnoty jednotlivých veličin

$$\text{např. } V = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c}$$

vypočteme celkovou chybu měření výsledné veličiny

vztah pro maximální (absolutní) chybu

$$\Delta y = \frac{\partial(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_1} \cdot \Delta x_1 + \frac{\partial(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_2} \cdot \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_n} \cdot \Delta x_n$$

vztah pro pravděpodobnou chybu

$$\vartheta = \sqrt{\left(\frac{\partial(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_1}\right)^2 \cdot (\vartheta_{x1})^2 + \left(\frac{\partial(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_2}\right)^2 \cdot (\vartheta_{x2})^2 + \dots + \left(\frac{\partial(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_n}\right)^2 \cdot (\vartheta_{xn})^2}$$

vypočteme relativní chybu měření výsledné fyzikální veličiny

zapišeme výsledek

$$y = (\bar{y} \pm \vartheta) \text{ [jednotka]}$$

počet desetinných míst – chybu uvádíme zpravidla s přesností na jedno platné číslo

výsledek a chyba mají stejný počet desetinných míst

$$A = (245,450 \pm 0,002) \text{ kg}$$

$$B = (328 \pm 2) \text{ m}$$

Zpracování protokolu měření

viz. další přednáška

délkového rozměru, hmotnosti, časového úseku atd.

B) Numerické zpracování experimentálních dat

ekvidistantní měření

výhoda ekvidistantního měření a následného zpracování výsledků

zpracování ekvidistantních měření

zpracování postupných měření [2, str.78-79]

výpočet chyby postupných měření

metoda postupných měření [2, str.45-46]

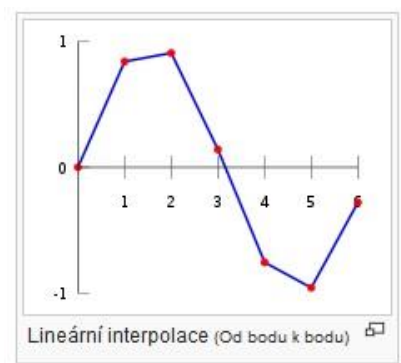
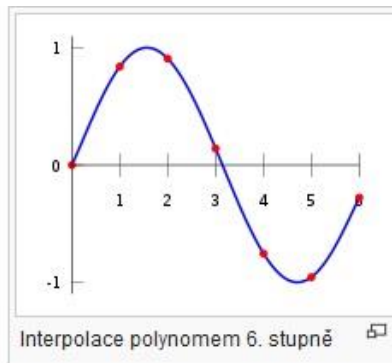
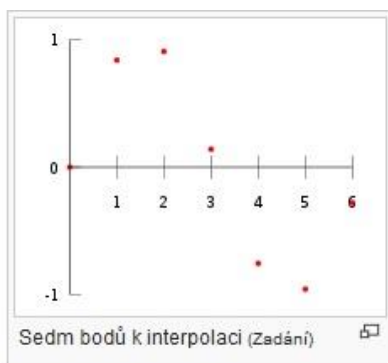
metoda numerické interpolace

určení hodnoty „kterou jsme neměřili“

určení hodnoty y , která leží v intervalu omezeném známými hodnotami y_1 a y_2

nejjednodušší lineární interpolace $f(x) = f_0 + \frac{f_1 - f_0}{x_1 - x_0} \cdot (x - x_0)$

Newtonův interpolační vzorec



Extrapolace

určování průběhu funkce mimo rozsah měření

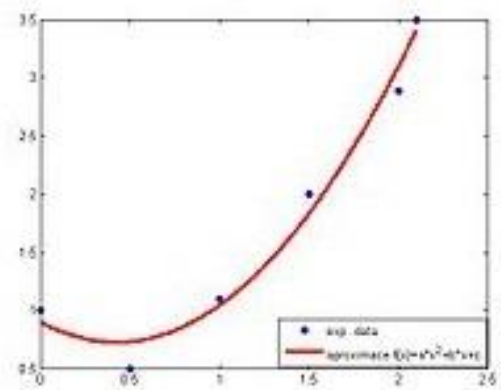
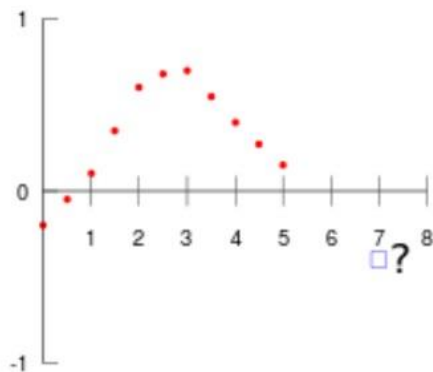
ze známých měření se odhaduje průběh funkce a její následný vývoj

zásadní nástroj v oborech kde se „předpovídá“ – ekonomie, počasí atd.

náchylnější k chybám

nejjednodušší je lineární extrapolace

extrapolace polynomem, Lagrangeova interpolace a další (matematicky náročné)



Vyrovňovací metody – metoda nejmenších čtverců

vyrovňávání – aproximace naměřených dat křivkou (body nespojujeme)

nejjednodušší metoda pro aproximace naměřených dat

vychází z předpokladu normálního rozložení chyb

podstata: pro nejpravděpodobnější výsledek (aritmetický průměr) opakovaných stejně přesných měření je součet čtverců odchylek od naměřených hodnot minimální

aproximace přímkou, parabolou, polynomem x -tého stupně

C) Grafické metody zpracování výsledků

velmi často se výsledky zobrazují formou grafů a průběhů funkčních závislostí

umožňuje vytvořit si rychlou, jasnou a názornou představu o chování systému

pozor: graf musí mít smysl a ukazujeme pouze funkční závislosti $y = f(x, z, k)$

nemá smysl ukazovat graf, pokud veličiny na sobě nejsou závislé

např: lineární závislost $I = f(U)$ – Ohmův zákon, lineární závislost

závislost $R \neq f(U)$ – odpor nezávisí na napětí (za běžných podmínek)

v běžných fyzikálních měřeních většinou využíváme základních pravoúhlých (kartézské) souřadnic

další typy grafů: 3D – kartézské souřadnice

sloupcové grafy / koláčové grafy (častěji v nevědeckém okruhu)

grafy s plochou

složitější souřadnice – polární, cylindrické – vyžadují transformaci

pravidla pro sestavování grafů:

osy x - y

osa x – nezávislá proměnná x

osa y – závislá proměnná $y = f(x)$

dělení os nemusí být stejné, ale musí být vyznačena stupnice hodnot

pozor: výjimky relativní hodnoty, normované veličiny, bezrozměrné veličiny atd.

osy musí být popsány s uvedením jednotky

pokud je v jednom grafu více funkčních závislostí, musí mít každá závislost jinou značku

při více závislostech vkládáme do grafu legendu

BODY V GRAFECH NESPOJUJEME

body prokládáme spojitou křivkou

nejlépe volíme křivku odpovídající dané funkci – lineární, exponenciální

při neznámé funkci prokládáme dle vyrovňovacích metod – splajn, čtverce, ...

výjimečně můžeme body spojit – tzv. „eye guide“

měřítko os volíme tak, aby byla vyplněna celá oblast grafu

grafy s potlačeným počátkem os

přerušená osa (break)

hodnoty na osách volíme většinou ekvidistantně bez ohledu na konkrétní měřené hodnoty

pozor: osy exponenciální

znázorňování chybových úseček u jednotlivých měřených bodů

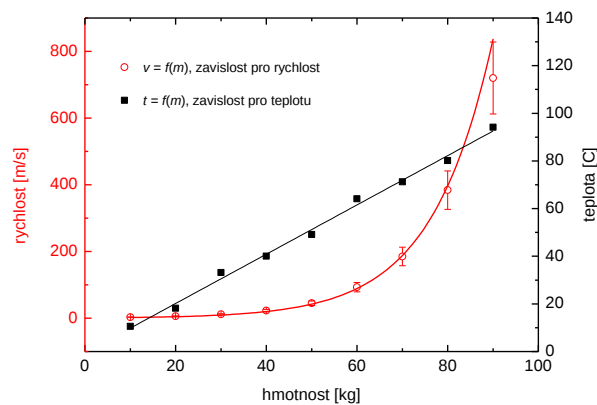
výpočet chyb (ve směru osy „X“, ve směru „Y“, ve směru „X-Y“)

popis grafu – název, nebo lépe plný popis s vysvětlením závislosti

časté chyby: čitelnost popisu os – často nejsou hodnoty v grafech čitelné

přehlednost grafu – ukazujeme jen to nejdůležitější

spojování naměřených dat



Obr.X Graf závislosti rychlosti (levá osa, červená) a teploty (pravá osa, černá) na hmotnosti při zkoumaném procesu. Data byla aproximována lineární, resp. exponenciální funkcí. Šum u naměřených dat tepelné závislosti byl redukován za pomoci filtru Sawitzki-Golay (5 bodů)

D) Výsledky formou ilustrací, fotografií

v dnešní době mohou mít výsledky i formu ilustrací, či fotografií

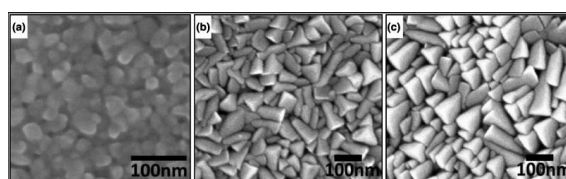
jedná se zejména a snímky z elektronových mikroskopů, zajímavé fotografie výrobků atd.

je důležité, aby u každé fotografie bylo umístěno měřítko

měřítko zobrazujeme přímo do fotografie

nebo jej uvádíme v popisku snímku

nebo může být pro představu vyobrazen dobře známý předmět (mince, zápalka atd.)



snímky musí být: technicky kvalitní – ostrost, barvy, šum, odrazy atd.
pokud se soustředíme na detail tak jej vyřezáváme z celého snímku
„esteticky na úrovni“ – velmi často nepořádek v pozadí
zrcadlení, odrazy

E) Software pro zpracování naměřených dat

Microsoft Office – Excel –		předmět dřívějšího studia pro aplikace základních kurzů VŠ je dostačující s rostoucími nároky začíná výrazně pokulhávat
Origin	-	základní představení možnosti filozofie programu výhody srovnání s MS Office
Matlab	-	základní představení možnosti filozofie programu, jeho rozdíly oproti Excel, Origin výhody spojené s programováním a výpočty nevýhody spojené s nutností programovacího jazyka
Statistica	-	základní představení možnosti filozofie programu výhody srovnání s Originem (velmi podobné programy)
Femlab / COMSOL	-	základní představení Možnosti – program spojitého modelování filozofie programu, jeho rozdíly oproti Matlabu simulace a vizualizace (zvláště v technických vědách) náročný programovací jazyk